

Comprenons-nous vraiment la mécanique quantique?

F. Laloë

Laboratoire LKB*, Département de Physique de l'ENS
24 rue Lhomond, F75005 Paris, France;
Institute of Theoretical Physics, UCSB
Santa Barbara, California, USA.

1 Introduction, historique.

Il n'est pas inutile, dans le cadre d'une discussion générale sur notre compréhension profonde de la mécanique quantique, de commencer par un bref rappel historique; c'est une façon de mieux situer le contexte général et le cadre conceptuel des discussions. De fait, revenir aux sources est souvent une bonne chose dans un sujet comme les fondements de la mécanique quantique, où tant d'idées récurrentes sont constamment redécouvertes, réapparaissant parfois soit presque identiques, soit remises au goût du jour, soit parfois simplement embellies par des noms nouveaux bien trouvés.

Les "pères fondateurs" avaient en effet déjà vu, très tôt, bien des aspects d'un débat dont l'essence, pour finir, n'a pas tellement changé depuis maintenant trois quart de siècle. La plus grande différence dans la perception de ces problèmes est, peut-être, surtout une question d'attitude. En effet, pendant longtemps et à la suite de ce débat fameux entre Bohr, Einstein, Pauli, de Broglie, Born et d'autres, la grande majorité des physiciens a semblé considérer l'interprétation de Copenhague comme acquise, réellement "incontournable". Chacun sait que cette interprétation est basée sur l'idée d'un non-déterminisme essentiel en physique quantique et sur l'impossibilité fondamentale d'aller au delà du formalisme de la fonction d'onde; pour certains, elle comprend même la fameuse (et difficile) notion générale de complémentarité...qui a pourtant donné lieu à tant d'interprétations diverses selon le contexte! L'impression générale était que Bohr avait complètement triomphé d'Einstein au cours de leurs célèbres débats. Maintenant, l'attitude qui prévaut dans la communauté des physiciens est beaucoup plus prudente, peut

*Unité associée au CNRS numéro 18.

être parce que la non-pertinence des théorèmes d'impossibilité énoncés pas les tenants de l'orthodoxie (ceux de Von-Neumann en particulier [1]) est bien entrée dans les acquis intellectuels. A l'heure actuelle nous ne sommes plus vraiment sûrs de tenir dans l'interprétation de Copenhague la seule qui soit logiquement acceptable. De fait, des points de vue comme celui des "mondes multiples" (ou des branches multiples de l'univers), des "variables supplémentaires", des "histoires décohérentes", sont maintenant considérés comme parfaitement honorables et crédibles - voir par exemple l'article récent de Goldstein dans *Physics Today*[2] qui est caractéristique de cette tendance. Mais ne tombons pas dans l'excès inverse: il est tout aussi clair que rien n'est venu contredire jusqu'à maintenant le point de vue orthodoxe sur la mécanique quantique, de sorte qu'il serait très exagéré de dire que l'interprétation de Copenhague est moribonde..

1.1 Trois étapes

Trois périodes peuvent être distinguées dans l'élaboration de la mécanique quantique, qui lui ont permis d'émerger telle que dans l'état où nous la connaissons actuellement; nous les résumerons ici très succinctement, renvoyant le lecteur qui voudrait plus de précisions par exemple au livre de Jammer [3]. Pour des discussions détaillées des problèmes fondamentaux de la mécanique quantique, on pourra se reporter par exemple à [4] et [5].

1.1.1 La "préhistoire"

Dès qu'on parle des débuts de la physique quantique, Planck est évidemment le premier nom qui vient à l'esprit: c'est lui qui a introduit la célèbre constante h qui porte son nom, de façon assez phénoménologique il est vrai; il l'a fait dans le cadre d'une théorie destinée à expliquer la nature du rayonnement en équilibre thermique (rayonnement du corps noir), à partir de la notion d'échanges discontinus avec la matière. Vient ensuite Einstein, qui prend l'idée plus au sérieux encore, et introduit véritablement la notion de grain de lumière (qui portera plus tard le nom de photon), dans sa fameuse explication de l'effet photoélectrique. Mais, si l'on y réfléchit, la question qui était peut être la plus urgente à l'époque était, plutôt que d'expliquer des propriétés fines du rayonnement électromagnétique, de rendre compte de la stabilité des atomes, c'est-à-dire de toute la matière qui nous entoure et nous constitue! Il faut attendre un peu plus, jusqu'à Bohr et son célèbre modèle atomique, pour la voir traiter. C'est lui qui introduit la notion d'orbite permise et de "saut quantique" pour décrire le passage d'un électron d'une orbite à une autre. Il faut bien reconnaître que, sous cette forme précise, les deux notions ont presque disparu de la physique quantique moderne; les sauts quantiques sont remplacés par la théorie moderne de l'émission spontanée, mais ils ont trouvé une sorte de résurgence dans un autre contexte: le "postulat de réduction du paquet d'ondes" associé dans la théorie quantique actuelle à la

mesure. Enfin la “mécanique des matrices” de Heisenberg peut également être rangée dans cette période historique, très influencée dans son abstraction par une philosophie parfois assez proche du positivisme; les grandeurs physiques classiques y sont remplacées par des “observables”, mathématiquement associées à des matrices, ces dernières étant définies par des postulats ad hoc.

Il faut bien voir cependant à quel point la théorie des atomes avait pris un aspect mystérieux à cette époque: pourquoi les électrons obéissaient-ils à cette interdiction de quitter certaines orbites, comme s'ils étaient miraculeusement guidés sur des trajectoires simples? D'où provenaient ces sauts quantiques, supposés de durée temporelle strictement nulle, de sorte qu'il n'avait aucun sens de demander par quels états passait l'électron lors d'un tel saut? Pourquoi l'apparition soudaine de ces matrices en physique, introduites de façon formelle, sans aucun lien apparent avec la description classique d'une particule? On comprend le soulagement de la communauté lorsqu'un point de vue beaucoup plus simple, et de surcroît bien plus dans la tradition scientifique du XIX^e siècle, est bientôt apparu: le point de vue ondulatoire.

1.1.2 La période ondulatoire

Chacun sait que De Broglie est celui qui, le premier, a introduit l'idée qu'il fallait associer une onde à toute particule matérielle. Mais à cette période il n'est pas allé beaucoup plus loin dans l'étude des propriétés et de l'évolution de cette onde, de sorte que le voile du mystère ne semblait que partiellement levé. On dit souvent que c'est Debye qui, le premier, a remarqué en présence de Schrödinger que, en physique, une onde est généralement associée à une équation d'onde; ce ne serait qu'ensuite que ce dernier, reprenant l'idée, aurait postulé l'équation qui porte son nom et reste toujours une des équations les plus fondamentales de la physique. Mais Debye lui-même, interrogé bien plus tard, ne semblait pas se souvenir de l'épisode! Nous ne saurons probablement jamais si c'est ainsi que les choses se sont passées, mais il est clair que l'introduction de cette équation a été une percée décisive, l'apparition de ce qui devait se révéler comme la pierre angulaire de la mécanique quantique moderne. Un de ses triomphes est d'avoir permis de montrer, très vite, que la mystérieuse mécanique des matrices peut être justifiée à partir des propriétés de sa solution, la “fonction d'onde”. Un espoir est alors né, celui de trouver un schéma global explicatif qui efface tous les mystères de la période pré-quantique en supprimant la notion de particule et en faisant simplement intervenir des ondes. Par exemple, Schrödinger pensait à cette époque que toutes les particules ne nous paraissaient ponctuelles que parce que nous les observons à trop grande échelle; en fait c'étaient de minuscules “paquets d'onde”. Il avait même montré que ces derniers restent petits (ils ne s'étalent pas) dans le cas de l'oscillateur harmonique... hélas, nous savons maintenant que c'est l'un des rares cas particuliers où cet étalement ne se produit pas!

1.1.3 L'école de Copenhague

Rapidement, cette conception purement ondulatoire s'est heurtée à de grosses difficultés qui ont conduit à son abandon. Par exemple, dans une collision, l'onde de Schrödinger se répartit dans toutes les directions, comme le ferait la vague créée par un caillou tombant dans une mare; mais, dans une expérience de collision donnée, on observe que la particule suit une trajectoire qui reste toujours localisée dans une direction précise. Elle ne se "dilue" jamais dans tout l'espace! Chacun sait que, de cette contradiction, est née l'interprétation probabiliste de la fonction d'onde introduite par Born. Mais une autre difficulté, aussi grande, était introduite par le fait que la fonction d'onde n'est pas une onde habituelle, sauf pour une particule unique; de fait, pour un système de N particules, elle se propage dans un espace des configurations à $3N$ dimensions, très différent de l'espace habituel. Ainsi par exemple l'atome d'hydrogène a une onde qui se propage dans un espace à 6 dimensions¹! Ce n'est donc assurément pas une onde au même sens que les ondes sonores ou électromagnétiques². Cette différence profonde³ sera d'ailleurs un peu le leitmotiv de notre exposé, réapparaissant constamment sous une forme différente.

La mécanique quantique moderne a donc complètement renoncé à une description purement ondulatoire des particules. Parmi les grands noms, Bohr et Heisenberg et Dirac ont également joué des rôles essentiels dans l'apparition et la formulation de cette nouvelle mécanique; depuis cette époque la théorie inclut dans un même cadre l'équation de Schrödinger avec son évolution progressive et déterministe, avec un second postulat d'évolution complètement indépendant, celui dit de "réduction du paquet d'ondes".

1.2 Le statut du vecteur d'état

Il n'est pas inutile de rappeler à quel point le statut du vecteur d'état est subtil dans la mécanique quantique dite orthodoxe. Deux extrêmes sont à éviter, car tous deux "manquent la cible" et passent à côté de l'orthodoxie. Le premier

¹Ici, nous ne prenons pas en compte les spins, qui augmenteraient encore la taille de l'espace des états.

²Les effets de non-localité se produisant pour deux particules corrélées peuvent être vus précisément comme une conséquence du fait que la propagation de la fonction d'onde se fait de façon locale, mais dans un espace à 6 dimensions; cependant, lorsqu'on revient à trois dimensions, les effets non-locaux peuvent apparaître.

³Cependant si, au lieu de considérer un nombre fini de particules, on passe à un nombre infini, et si l'on ajoute la notion d'indiscernabilité des particules, on peut introduire le formalisme des operateurs de champ quantique qui, eux, se propagent bien dans l'espace ordinaire. Ainsi, curieusement, augmenter la taille du système et introduire la notion d'indiscernabilité permet de revenir à cet espace plus simple; mais il faut bien voir que les quantités que se propagent ne sont plus des champs complexes, mais des operateurs agissant eux mêmes dans un espace des états de dimension infinie.

est de considérer, comme dans les espoirs initiaux de Schrödinger, que la fonction d'onde multi-dimensionnelle décrit directement les propriétés du système physique - voir notre discussion au paragraphe 1.1.2. Dans cette vue purement ondulatoire, les positions et vitesses sont remplacées par une onde se propageant selon une équation bien connue et la notion de particule disparaît complètement; nous avons déjà évoqué les limites de ce point de vue, qui sont suffisamment bien connues pour que peu de physiciens soient tentés de retomber dans ce piège à l'heure actuelle. En revanche, il est plus surprenant d'entendre très souvent repris le vieux point de vue selon lequel la fonction d'onde serait simplement une sorte d'objet mathématique "relatif" (ou contextuel) décrivant, non le système physique lui-même, mais seulement notre connaissance de ce système, de façon très similaire à la situation en théorie des probabilités classiques. On résoudreait alors tous les problèmes conceptuels en un tournemain; en particulier, chacun sait que la distribution de probabilité associée à un système physique subit un saut brusque lorsqu'une information supplémentaire est acquise: cette remarque serait une sorte de modèle élémentaire du postulat de réduction du paquet d'ondes. Mais se poseraient alors immédiatement des questions comme: deux observateurs qui ont une information différente sur un système physique peuvent-ils lui attribuer des fonctions d'onde différentes, comme ce serait le cas pour des probabilités habituelles⁴? Quelle est la description mathématique ultime (absolue) des propriétés physiques réelles du système physique, indépendamment des connaissances limitées que tel ou tel peut en avoir?

De fait, dans le point de vue orthodoxe, la fonction d'onde donne bien LA description ultime de toutes les propriétés physiques existantes du système; elle n'est en rien, ni contextuelle, ni relative à un observateur ou à un autre⁵; mais il est vrai qu'elle ne permet de prédire que des probabilités concernant les résultats des différentes mesures qu'il peut subir ensuite. Le statut de la fonction d'onde (ou de sa généralisation, le vecteur d'état) en mécanique quantique standard est ainsi en quelque sorte un mélange subtil des deux extrêmes précédents, ce qui le rend parfois difficile à bien saisir.

2 Des difficultés, des paradoxes

Dans la plupart des cas, la fonction d'onde (ou le vecteur d'état) évolue donc de façon parfaitement régulière et prédictible, selon l'équation de Schrödinger; cependant, dès qu'on effectue une mesure, elle effectue des sauts imprévisibles, fondamentalement non-déterministes, selon le postulat de réduction du paquet

⁴Voir la discussion de l'ami de Wigner dans le § 2.2

⁵Nous supposons ici que les deux observateurs utilisent un même référentiel. Sinon, il existe des transformations mathématiques simples permettant de passer d'un référentiel à un autre, du même type sur le plan conceptuel que celles qui permettent, en mécanique classique, d'effectuer les transformations des positions et impulsions.

d'ondes. Evidemment, avoir deux postulats distincts pour l'évolution d'un système physique était une totale nouveauté à l'époque et, de fait, cette dualité inattendue reste à l'heure actuelle source de sérieuses difficultés conceptuelles et logiques. Pourquoi donc deux postulats distincts? Où exactement s'arrête le domaine d'application du premier, où commence celui du second? En d'autres termes, parmi toutes les interactions - ou perturbations - que peut subir un système physique, lesquelles doivent être considérées comme "ordinaires", lesquelles relèvent de la mesure? Sur le plan de la logique pure, il est clair qu'il se pose un problème de limite de domaine d'application, problème qui n'existait pas auparavant, lorsque personne ne pensait qu'une opération de mesure doit en physique être traitée à part de toute évolution physique "normale". Bohr nous apprend qu'il ne faut pas essayer de transposer au monde microscopique notre expérience journalière qui est macroscopique. Fort bien, mais où est la limite entre les deux mondes? Peut-on vraiment se contenter de répondre que peu importe, tant que la théorie n'entre pas en contradiction avec l'expérience?

De plus, n'est-il pas incongru, en physique moderne, de voir l'observateur jouer un rôle aussi central dans la théorie, qui prend ainsi un côté anthropocentrique inattendu? Faut-il vraiment se désintéresser pour eux-mêmes des systèmes physiques isolés, non-observés? Les citations sur le sujet sont innombrables, donnons en quelques-unes qui nous semblent particulièrement marquantes:

(i) Bohr (seconde ref [3], page 204): "There is no quantum world.... it is wrong to think that the task of physics is to find out how Nature is. Physics concerns what we can say about Nature".

(ii) Heisenberg (seconde ref. [3], page 205): "But the atoms or the elementary particles are not real; they form a world of potentialities or possibilities rather than one of things of facts".

(iii) Bell [6], parlant du langage de la théorie quantique moderne (entendre, dans le point de vue de Copenhague): "it never speaks of events in the system, but only of the outcome of observations upon the system, implying the existence of external equipment.." (on pourrait ajouter "of external observers").

(iv) Rosenfeld: [7] "the human observer, whom we have been at pains to keep out of the picture, seems irresistibly to intrude into it, ...".

2.1 La récurrence infinie de von Neumann

Prenons un système physique microscopique, un spin 1/2 par exemple qui entre dans un appareil de Stern et Gerlach, et étudions son interaction avec cet appareil. Si la direction du spin initial est transverse, sa fonction d'onde se décompose tout naturellement en deux composantes, l'une déviée vers le haut, l'autre vers le bas; c'est une conséquence simple de la forme linéaire de l'équation de Schrödinger. Plus loin, les deux paquets d'ondes séparés rencontrent un détecteur avec lesquels ils interagissent en modifiant son état. Par exemple, s'il s'agit d'atomes qui sont ionisés puis détectés dans des photomultiplicateurs, ils émettent un électron, de

sorte que la superposition cohérente initiale comprend maintenant un électron, soit dans un des appareils, soit dans l'autre. Mais, dans les photomultiplicateurs en question, chaque électron en engendre par cascade beaucoup d'autres, de sorte que l'équation de Schrödinger nous conduit rapidement à prévoir la superposition à deux composantes du vecteur d'état, chacune comprenant un grand nombre macroscopique d'électrons, voire même bientôt des courants électriques macroscopiques après passage dans un amplificateur. Une "chaîne de Von-Neumann", une récurrence infinie du microscopique vers le macroscopique se construit ainsi rapidement, sans que l'équation de Schrödinger en elle-même n'y mette de limite: par linéarité elle préserve à l'infini les deux possibilités initiales, étant bien incapable à elle seule d'effectuer une sélection en faveur de l'une d'entre elles. A la fin, nous avons l'impression que ce sera l'imprimante qui écrit les résultats, le papier sur lequel elle dépose de l'encre, voire l'expérimentateur lui-même, qui participent à une superposition linéaire sans limites⁶ de deux possibilités complètement différentes!

Personne n'a jamais vu l'aiguille d'un appareil se mettre à la fois dans deux positions différentes sur un cadran, un enregistrement sur du papier qui ressemblerait à deux diapositives artificiellement superposées, ou ressenti la sensation d'observer que tout un laboratoire entrerait dans la superposition de deux états macroscopiques différents. Il semble donc "tomber sous le bon sens"⁷ que cette récurrence ne peut être infinie et doit être cassée avant qu'elle n'ait atteint un niveau macroscopique. Mais où exactement?

2.2 L'ami de Wigner, le chat de Schrödinger

Une autre version de la même question de limite est de se demander, dans une théorie où les observateurs jouent un rôle aussi central, qui est "habilité" à jouer ce rôle et à réduire le paquet d'ondes. Wigner considère un laboratoire complètement fermé où il a demandé à un ami de faire une expérience de mécanique quantique, de Stern et Gerlach par exemple. Pour lui qui est à l'extérieur, il décrira naturellement l'ensemble du système du laboratoire fermé - et de son ami - par une équation de Schrödinger linéaire, qui ne fait a priori aucun choix entre les deux résultats de la mesure effectuée à l'intérieur; ce n'est qu'au moment où la porte du laboratoire est ouverte, et où il prend connaissance de résultat de la mesure effectuée antérieurement, qu'il utilisera le postulat de réduction du paquet d'ondes pour annuler l'une des composantes du vecteur d'état. Mais, clairement, pour

⁶Sur le plan des principes, la théorie de la décohérence ne change rien à cette analyse: elle ne fait qu'étudier plus en détail la façon dont cette superposition se propage rapidement vers l'environnement.

⁷C'est cependant cette conclusion de bon sens qui est récusée dans le point de vue d'Everett, où l'on affirme que l'aiguille aboutit effectivement dans deux états macroscopiques différents, sans que l'observateur ait les moyens de s'en rendre compte. Dans un tel point de vue, cette remarque de bon sens devient tout simplement fautive! (d'où nos guillemets).

l'ami qui est enfermé dans le laboratoire, cette façon de raisonner est absurde, voire insultante puisqu'elle minimise son rôle d'observateur de façon totalement injustifiée: il préférera appliquer le postulat en question dès qu'il a pris connaissance du résultat. Faut-il alors dire que deux vecteurs d'état sont à prendre en compte, l'un réduit, l'autre pas, selon l'observateur, et pendant toute la période intermédiaire⁸? Pour un exposé critique de Wigner sur le problème de la mesure, voir [8].

Le fameux chat de Schrödinger est une autre version de l'énoncé de la même difficulté, que l'on peut énoncer sous la forme: un animal, un chat par exemple, a-t-il un niveau de conscience lui permettant de savoir s'il est vivant et de réduire ainsi le paquet d'ondes? Est-il capable à lui seul de forcer l'émergence classique d'un résultat unique, ou peut-il être mis dans un état quantique où il serait à la fois mort et vivant ⁹?

2.3 De mauvais arguments

Il est clair pour tous que l'invention de la mécanique quantique de Copenhague a été et reste l'un des plus grands triomphes de la physique, et notre but dans ce texte n'est pas de remettre cette évidence en question. On peut même rétrospectivement admirer qu'il ait été possible de la concevoir si tôt, dans sa version achevée, à partir du nombre relativement limité de données expérimentales de l'époque; cette construction intellectuelle a, depuis, triomphé de bien des obstacles, en particulier les tests de plus en plus difficiles et précis qu'elle a dû subir.

Il est en revanche inévitable de constater avec le recul que les responsables de ce succès se sont parfois laissés aller trop loin, tant dans leur désir de convaincre que dans leurs convictions propres, affirmant d'autorité que leur point de vue était le seul compatible avec la physique moderne. Selon eux, la seule description ultime de la réalité physique était la leur, aucune description plus fine ne serait jamais possible; en particulier, il était prouvé que la Nature était fondamentalement

⁸En mécanique quantique orthodoxe, la réponse à cette question est un "non" très clair: le vecteur d'état est unique et donne la seule description physique complète (ultime) d'un système physique.

⁹Nous décrivons ici la version initiale du paradoxe, destiné à illustrer le fait que des objets, ou des animaux, macroscopiques ne peuvent évidemment pas être dans un état flou ("blurred" dit Schrödinger); cet état serait similaire à la superposition de deux négatifs de photo, où apparaîtraient des situations macroscopiques très différentes. Depuis quelques années cependant, la tendance en électronique quantique est plutôt d'utiliser les mots "chat de Schrödinger" d'une façon différente, pour caractériser une superposition cohérente de possibilités macroscopiquement distinctes. La cohérence du chat est évidemment une condition suffisante pour qu'il soit dans un état flou à la Schrödinger (la superposition cohérente sous entend nécessairement l'existence des deux possibilités); mais elle n'est pas nécessaire. En d'autres termes, les effets de décohérence ne font pas disparaître le paradoxe du chat au sens de Schrödinger, ils ne font que le propager plus loin, vers l'environnement (on pourrait alors parler du paradoxe de l'environnement de Schrödinger!).

indéterministe. Nous savons maintenant que, sur le plan logique, les arguments avancés ne sont pas solides (voir par exemple la référence [1]), principalement parce qu'ils imposent aux théories visant à compléter la mécanique quantique de trop lui ressembler; en fait, ils plaquent arbitrairement sur ces théories des critères de linéarité qui, en fait, ne sont en rien nécessaires. C'est pourquoi, comme nous l'avons dit dans l'introduction, bien des physiciens prennent maintenant une attitude nettement plus prudente sur le sujet.

3 Einstein, Podolsky et Rosen

On dit parfois que l'article de Einstein, Podolsky et Rosen (EPR) est, de beaucoup, l'article le plus cité de toute la littérature scientifique, et c'est très plausible! La situation est donc d'autant plus ironique que, si souvent, il ait été si mal compris; un exemple frappant est la correspondance entre Einstein et Born [9] où ce dernier, même dans des commentaires postérieurs à la mort d'Einstein, montre nettement qu'il n'a jamais vraiment compris les objections présentées; le point le plus marquant est que Born continuait à penser que Einstein défendait a priori le déterminisme, alors qu'il s'agissait en fait d'espace temps et de causalité! Il est intéressant de constater, rétrospectivement, que même des génies de la dimension de Born aient pu se laisser aveugler si longtemps par la vivacité du débat.

On parle souvent de "paradoxe EPR", mais c'est une façon un peu discutable de présenter les choses; en effet il faut bien comprendre que, pour Einstein, il ne s'agissait pas de s'amuser à exposer des paradoxes, mais bien de faire un raisonnement solide, logique, conduisant inéluctablement - à partir de certaines hypothèses (en gros la relativité et le réalisme) - vers des conclusions claires (l'incomplétude de la mécanique quantique, et même le déterminisme¹⁰). Pour insister sur ce qu'est le raisonnement EPR, nous parlerons ici du "théorème EPR", que nous énoncerons de façon formelle sous la forme:

Théorème: si les prédictions de la mécanique quantique concernant les résultats de mesure sont correctes, et si la réalité physique peut être décrite de façon locale (ou séparable), alors la mécanique quantique n'est pas complète; il existe des "éléments de réalité" dont elle ne rend pas compte.

Par cette présentation formelle, peut-être un peu excessive, nous cherchons à mettre en avant un statut logique de lien entre des d'hypothèses bien définies et des conclusions. Par exemple, et contrairement à ce qui a trop souvent été répété, ce serait un pur contresens de le considérer comme faux au motif qu'il existe de bonnes raisons d'en refuser certaines de ses conséquences; la conséquence logique à en tirer serait, plutôt, qu'il faut abandonner certaines des hypothèses initiales¹¹. En d'autres termes, le théorème peut jouer un rôle très utile dans un

¹⁰Nous l'avons déjà dit: ne pas répéter l'erreur de Born et croire que le déterminisme fait partie des prémisses de l'argument, il appartient aux conclusions!

¹¹Les théorèmes de géométrie euclidienne ne sont pas rendus faux par le fait qu'il est possible

raisonnement par l'absurde.

Les bons textes sur le théorème abondent, nous en donnons plusieurs dans notre bibliographie (un classique est par exemple [10]); il n'est pas utile de les dupliquer ici avec plus ou moins de bonheur. Notre présentation sera donc volontairement différente et nous insisterons sur un élément qui n'est pas toujours mis en lumière, à savoir que le raisonnement de EPR est une application directe de ce que l'on appelle souvent "La méthode scientifique" au sens de Claude Bernard. Pour ce faire nous quitterons pour un instant la physique pour la botanique! nous le ferons dans le cadre d'une parabole qui illustre à quel point la méthode de raisonnement EPR est effectivement ancrée dans nos conceptions de ce que nous pourrions appeler "une procédure expérimentale rigoureuse pour prouver l'existence de causes".

3.1 Des haricots et des gènes

Lorsqu'il tente d'étudier à partir des résultats de ses mesures les propriétés du monde microscopique, le physicien doit procéder par inférence; il doit déduire des valeurs des résultats qu'il obtient - dans toutes sortes de situations qu'il pourra imaginer selon son ingéniosité - la nature des propriétés microscopiques d'objets comme l'électron. Cette démarche est rendue inévitable par l'impossibilité évidente de voir de ses yeux, ou de prendre dans sa main, un électron; c'est ainsi à une sorte d'enquête logique qu'il doit se livrer. Le scientifique des siècles précédents ne procédait pas autrement qui, comme Mendel, cherchait à déterminer des propriétés génétiques des plantes, sans aucun microscope électronique ou appareillage moderne pour observer directement les molécules d'ADN; il se basait sur des observations visuelles systématiques des résultats de leur croissance, et sur le raisonnement. Le botaniste de notre parabole observe ainsi les couleurs des fleurs de haricots qu'il plante (la couleur est le "résultat de la mesure"); il cherche à en inférer quelles sont les propriétés intrinsèques de ces haricots (les "éléments de réalité" de EPR).

3.2 Le théorème EPR

Lorsqu'on fait pousser un haricot dans un pot, il est clair qu'un grand nombre de paramètres extérieurs peuvent influencer le résultat: la température, l'humidité, l'éclairage par exemple; il n'est jamais possible d'être sûr de tous les contrôler parfaitement. Ainsi, si l'on observe que les fleurs sont parfois bleues, parfois rouges, on ne peut pas nécessairement en déduire que plusieurs sortes différentes de haricots existent, qui chacune donneraient lieu à une couleur bien précise: c'est peut-être tout simplement que les conditions de croissance ne sont pas suffisamment reproductibles. En termes plus abstraits, le caractère totalement

de construire des géométries non-euclidiennes, tout aussi cohérentes!

aléatoire du résultat de la mesure peut provenir, soit d'une propriété intrinsèque du haricot (le "système physique microscopique observé"), soit de perturbations extérieures - soit bien sûr des deux à la fois. Chacun transposera aisément en physique quantique: le théoricien se demande si l'origine du caractère aléatoire des résultats qu'il observe est fondamental ou, au contraire, simple conséquence de fluctuations incontrôlables des conditions de l'expérience.

Mais EPR nous disent d'aller plus loin dans l'analyse et d'étudier des paires d'objets corrélés. En l'occurrence leur remarque est la suivante: si, chaque fois que l'on mesure séparément des paires de spins¹² dans des régions très éloignées, on observe des corrélations parfaites (pour certaines directions d'analyse), nous pouvons en déduire l'existence de certaines propriétés individuelles des particules. Traduisons donc ce raisonnement en supposant que le botaniste décide, non plus de prendre des haricots au hasard, mais de comparer uniquement les résultats obtenus avec des haricots provenant d'une même gousse. Lorsqu'il ne prend aucun soin particulier à contrôler les conditions de la croissance, aucune corrélation n'apparaît. Mais, s'il fait de son mieux pour rendre égales toutes les conditions de température etc., et même s'il choisit des serres très éloignées pour faire pousser les deux haricots (afin d'éviter la propagation de toute influence éventuelle), tout change complètement: il constate que la couleur des deux fleurs est toujours la même si les deux haricots sont issus de la même gousse. D'un seul coup, deux conclusions logiques s'imposent: premièrement, les résultats des mesures (les couleurs) sont fonction de propriétés intrinsèques des haricots, partagées par tous ceux d'une même gousse; en second, les résultats dépendent également des conditions locales de l'expérience (par exemple, si une paire avait donné deux fleurs rouges à une température donnée, elle aurait pu donner deux fleurs bleues dans d'autres conditions). Ainsi les résultats de mesure sont des fonctions à la fois des conditions de l'expérience et des propriétés intrinsèques des haricots¹³.

A nouveau, il semble difficile de contester que cette analyse soit bien celle de la méthode scientifique traditionnelle; assurément, n'importe quel tribunal accepterait la démonstration de ce type comme une preuve que des coïncidences ont une origine commune, au lieu d'être l'effet d'influences aléatoires complètement indépendantes et séparées. Insistons sur ce point: aucun mécanisme imaginable par l'homme, aucune paire d'ordinateurs classiques¹⁴ programmés de façon compliquée, ne peut reproduire le comportement supposé sauf si, dans les programmes qu'ils emportent chacun de leur côté, figurent explicitement une façon de calculer les réponses (soit rouge, soit bleu) en fonction des conditions locales au moment de la mesure¹⁵.

¹²Supposés dans un état singulet.

¹³Effectivement, dans les notations de Bell, les fonctions A et B dépendent bien de a et b , d'une façon locale puisque la première dépend de a seulement, la seconde de b .

¹⁴Si, un jour, des ordinateurs quantiques existent et peuvent véritablement être programmés, l'impossibilité tombera; mais il n'est pas clair si ce jour existera jamais.

¹⁵Schrödinger disait que, si l'on peut poser deux questions au hasard à un étudiant, et s'il

Revenons au monde de la physique: le lecteur a déjà deviné que, pour une paire de particules qui donnent toujours des résultats parfaitement corrélés (lorsque l'on mesure par exemple leur spin dans la même direction, et en des lieux très éloignés), EPR nous disent qu'il existe une seule explication possible: la corrélation tient à une propriété commune que chacune des particules "emporte avec elle". Or ce point de vue est complètement opposé à celui de la mécanique quantique orthodoxe, où ce ne sont pas des propriétés intrinsèques aux particules mesurées qui déterminent les résultats, mais où ces derniers sont en quelque sorte "créés" par l'opération de mesure¹⁶. Si on suit leur raisonnement, EPR démontrent ainsi le caractère incomplet de la mécanique quantique orthodoxe; au passage ils ont démontré l'existence du déterminisme - c'est bien ce dont il s'agit, puisque les résultats des mesures deviennent alors des fonctions des propriétés physiques pré-existantes des particules. EPR ne sont pas des amateurs: ils prennent le soin de bien expliciter les hypothèses de leur raisonnement en termes de structure d'espace-temps (pas de propagation d'interactions plus rapidement que la vitesse de la lumière) et de définition des éléments de réalité (leur définition est maintenant un classique!) pour arriver à la nécessité de leur prise en compte dans une théorie complète.

4 Bell, GHZ, Hardy

Le fameux théorème de Bell peut être vu de plusieurs façons assez différentes. Initialement, il a été conçu par son auteur comme une prolongation logique du théorème EPR; ainsi Bell appelle λ les éléments de réalité dont l'existence a été démontrée dans le théorème précédent, et étudie les types de corrélation qui sont possibles lorsque ces éléments fluctuent d'une paire à une autre. C'est alors automatiquement un raisonnement qui se développe dans un cadre complètement déterministe; il est fondé sur des probabilités classiques résultant de fluctuations d'une cause inconnue, si l'on préfère sur l'existence d'une certaine incertitude de l'état initial; son but est de mettre en lumière de façon plus précise le rôle de la localité, ce qui permet d'aboutir aux célèbres inégalités. Mais on peut aussi prendre les choses différemment et considérer que le théorème de Bell part de l'existence de variables supplémentaires (ou "variables cachées") λ , dont on ne cherche pas à préciser l'origine, et qui vont influencer le résultat des mesures d'une façon ou d'une autre - pas nécessairement déterministe. On rencontre souvent cette façon de présenter le théorème de Bell, qui est également parfaitement

s'avère qu'il donne toujours la bonne réponse à la première d'entre elles, c'est bien qu'il connaît la réponse aux deux questions. De même, dans notre parabole, le haricot est nécessairement "programmé" pour donner une couleur bien définie quelles que soient les conditions de sa croissance.

¹⁶Jordan (seconde ref. [3], page 161) déclare dans une citation célèbre: "observations not only disturb what has to be measured, they *produce* it"... "in a measurement of the position of an electron, it is forced to a decision".

licite; par exemple, les λ peuvent alors devenir les variables correspondant, non seulement aux particules elles-mêmes, mais aussi à des fluctuations des appareils de mesure, ou des perturbations externes subies par les particules; de plus, les λ ne déterminant pas nécessairement les résultats de mesure mais éventuellement seulement leurs probabilités. La condition essentielle cependant est que cette dépendance, probabiliste ou non, reste locale; sinon la démonstration du théorème de Bell devient impossible. Pour une discussion élémentaire du théorème de Bell, voir par exemple [11] ou [12].

4.1 Inégalités de Bell

Nous commencerons par rappeler la démonstration de ce fameux théorème, ou plutôt l'une des ses démonstrations, car comme nous l'avons dit elle peut prendre des formes diverses; nous insisterons ensuite sur sa généralité.

4.1.1 Démonstration

Dans le cadre strict EPR, la démonstration du théorème de Bell tient en trois lignes très simples, le plus long étant en fait de poser les notations. Le cas le plus clair est celui de l'exemple EPR-B (B pour D. Bohm) qui concerne une paire de deux particules de spin $1/2$ émises dans des directions opposées, dans un état de spin singulet; chacune est soumise à la mesure de la composante de son spin, selon le vecteur a pour la première, b pour la seconde. Quels sont les résultats prévus par la mécanique quantique dans une telle situation? Par convention on attribue généralement une valeur $+1$ au résultat de mesure pour une déviation de la particule vers le haut dans l'aimant de Stern et Gerlach, -1 pour une déviation opposée. Si θ est l'angle entre les directions a et b , la probabilité d'une double détection de résultats $+1, +1$ (ou $-1, -1$) prévue par la mécanique quantique est:

$$P_{+,+} = P_{-,-} = \sin^2 \theta \quad (1)$$

tandis que celle de deux résultats opposés est:

$$P_{+,-} = P_{-,+} = \cos^2 \theta \quad (2)$$

Mais oublions complètement pour un instant cette mécanique quantique et raisonnons plutôt dans le cadre du théorème EPR; la notation λ regroupe alors, avec toutes ses composantes si nécessaire (ce peut être un vecteur de dimension quelconque) tous les éléments de réalité EPR, dont la valeur détermine les résultats de mesure A et $B = \pm 1$; comme ces résultats dépendent également des conditions de mesure, appelons respectivement $A(a; \lambda)$ et $B(b, \lambda)$ les fonctions correspondantes.

En fait, il suffira pour la suite de se limiter à considérer deux directions d'analyse pour chaque mesure, a et a' par exemple pour la première. On pose

alors:

$$A(a, \lambda) = A \quad ; \quad A(a', \lambda) = A' \quad (3)$$

et:

$$B(b, \lambda) = B \quad ; \quad B(b', \lambda) = B' \quad (4)$$

Les quatre nombres $A, A', B,$ et B' ont évidemment des valeurs bien définies (± 1) pour chaque paire de particules; il suffit alors de remarquer avec Eberhard [14] que le produit:

$$M = AB + AB' - A'B + A'B' = (A - A')B + (A + A')B' \quad (5)$$

est toujours égal soit à $+2$, soit à -2 ; cela découle immédiatement de ce que l'une des deux parenthèses du second membre est toujours nulle. Prenant maintenant la valeur moyenne sur un grand nombre de paires¹⁷ d'un nombre qui ne peut prendre que ces deux valeurs, on ne peut évidemment trouver qu'un nombre compris entre $+2$ et -2 :

$$-2 \leq \langle M \rangle \leq 2 \quad (6)$$

C'est la forme BCHSH du théorème de Bell: toutes les valeurs moyennes de mesures dont les résultats sont aléatoires à cause des fluctuations d'une cause commune dans le passé obéissent nécessairement à ces inégalités.

Mais il n'est pas difficile de voir à partir des équations (1) et (2) que, pour certains choix des quatre directions $a, a', b,$ et b' , l'inégalité précédente est violée. Ainsi, les raisonnements de EPR-Bell conduisent à une contradiction formelle avec les prédictions de la mécanique quantique¹⁸; cette dernière n'est pas une théorie réaliste et locale au sens de EPR et Bell. En d'autres termes, si l'on croit à la mécanique quantique, il n'est pas permis d'attribuer des valeurs bien définies à $A, A', B,$ et B' pour chaque paire émise; le plus que l'on puisse s'autoriser à faire et d'en attribuer deux, ceux parmi ces 4 nombres qui correspondront effectivement aux mesures effectuées ultérieurement. Comme le dit très bien Peres [13], "unperformed experiments have no results"¹⁹. Une autre présentation particulièrement claire de la nature du théorème de Bell est donnée par Wigner [15], d'où il ressort que la base du théorème est la possibilité de ranger chaque paire de particules dans une catégorie qui est l'intersection de domaines correspondant aux différents résultats possibles de mesure.

¹⁷Pour une discussion critique de la façon dont il faut comprendre cette valeur moyenne, voir le paragraphe 5.1.

¹⁸Une autre façon de présenter le théorème de Bell est de dire que, si les hypothèses de EPR sont les trois suivantes:

- (i) réalité
- (ii) localité
- (iii) exactitude dans tous les cas des prédictions de la mécanique quantique

alors elles sont autocontradictoires; couplé au théorème de Bell, le théorème EPR devient alors un théorème à utiliser dans un raisonnement par l'absurde.

¹⁹Wheeler exprime une idée un peu semblable quand il écrit "No elementary quantum phenomenon is a phenomenon until it is a recorded phenomenon" [16]!

Or, comme chacun le sait maintenant, les résultats des expériences confirment bien les prédictions de la mécanique quantique, et ceci même dans des cas où ils sont en violation nette avec les inégalités de Bell; en ce sens, nous pouvons donc dire que la Nature obéit donc à des lois non-locales (ou non-réalistes). Bien sûr, comme toutes les expériences, celles-ci ne sont pas parfaites, et il est toujours logiquement possible d’invoquer des scénarios improbables, ad hoc, où certains des processus physiques (pour le moment complètement inconnus) “conspirent” pour nous donner l’illusion que la mécanique quantique donne des prédictions correctes - voir le paragraphe 5.1 pour une discussion un peu plus précise. En tous cas il est indubitable que les expériences, qui deviennent chaque décennie de plus en plus élaborées et précises, n’ont jamais réussi à mettre en défaut la mécanique quantique.

4.1.2 Généralité du théorème

Diverses généralisations du théorème sont possibles qui, dans la plupart des cas, sont aisées mathématiquement, tout en ayant l’intérêt de couvrir des situations conceptuelles assez différentes; nous l’avons déjà dit implicitement plus haut lorsque nous avons mentionné qu’on peut relâcher l’hypothèse d’un déterminisme absolu. Dans ces généralisations, les résultats de mesure deviennent alors les conséquences à la fois des fluctuations d’une cause commune λ dans le passé et d’autres phénomènes aléatoires: fluctuations des appareils de mesure, perturbations subies par les particules lors de leur vol vers les appareils, voire même d’un indéterminisme de caractère fondamental se manifestant dans chaque région de mesure [12]. De même, les fonctions A et B peuvent inclure, sous une notation condensée, une très grande variété de phénomènes physiques: on peut par exemple imaginer que ce ne sont pas des particules, mais un ou plusieurs champs qui se propagent depuis la source vers les détecteurs²⁰; leur équation de propagation peut être aussi complexe qu’on le désire²¹, et les résultats peuvent dépendre des fonctions de corrélation des champs d’ordre quelconque, peu importe! La seule chose importante est l’existence des fonctions A et B , leur forme mathématique pouvant être arbitrairement compliquée puisque, en fait, il est parfaitement inutile de la connaître pour la démonstration du théorème. Mais il y a un point essentiel: ne pas toucher à la localité, et très précisément celle qui se manifeste mathématiquement dans la dépendance par rapport à a et b (orientation des appareils de mesure, choisies arbitrairement par les expérimentateurs)²². C’est à

²⁰Voir la discussion du §4 de la référence [10]

²¹On se convainc facilement qu’une propagation aléatoire est envisageable sans empêcher la démonstration.

²²En revanche, d’autres types de non-localité ne gênent en rien la démonstration; par exemple, supposer que les fluctuations aléatoires d’un des appareils de mesure influence également le résultat de l’autre appareil ne pose pas de problème particulier (même s’il est difficile d’imaginer un processus physique de ce type!).

cette condition que le théorème de Bell reste valable - un exemple comprenant une propagation de champs et illustrant le fait que ce n'est pas le déterminisme mais bien la localité qui est en jeu est traité dans l'Appendice I; voir également l'appendice de [12]. En revanche, si A devient une fonction $A(a, b)$, et de même pour B , tout change: ce ne sont plus 4 nombres qu'il faut associer à chaque émission de paire de particules, mais 8 (puisque'il y a 2 résultats pour chacune des 4 combinaisons possibles d'orientation des analyseurs), et la démonstration du paragraphe précédent n'est plus possible.

De façon générale, il importe donc de bien saisir à quel point le théorème de Bell est puissant, et d'éviter de tomber dans le même piège que tous ceux qui, constamment, pensent l'avoir tourné de façon triviale. Combien de manuscrits sont écrits chaque année, dans les pays du monde entier, où l'auteur propose une "explication" des corrélations non-locales en faisant intervenir une statistique plus élaborée que les autres? Suivant les cas ce sera, soit les perturbations des mesures induites par les rayons cosmiques, des fluctuations des appareils de mesure ou les fluctuations des paramètres d'impact dans les collisions, etc.. Disons le haut et fort: ces tentatives sont aussi vouées à l'échec que celles des innombrables inventeurs du mouvement perpétuel au siècle dernier - et nous certains étaient pourtant fort habiles! Que l'on nous pardonne d'insister sur ce point de façon aussi appuyée: notre espoir est d'éviter à quelques auteurs potentiels de perdre leur temps. Ainsi, si nous revenons aux images utilisées plus haut: il est impossible de concevoir des ordinateurs munis de programmes aussi compliqués que l'on pourra jamais imaginer, ou des mécanismes d'horlogerie d'une élaboration extrême, qui produisent en des endroits éloignés (donc sans pouvoir échanger d'informations ultérieures aux "mesures") des résultats en violation avec le théorème de Bell; ce n'est clairement pas l'ajout de telle ou telle perturbation subtile qui changera le problème. L'impossibilité est de nature fondamentale et ne pourrait être tournée que par l'introduction d'ordinateurs fonctionnant sur un principe complètement différent, de nature essentiellement quantique, s'ils existent un jour!

En fait, le théorème de Bell peut être vu comme un théorème de statistique qui concerne tous les domaines scientifiques où on utilise cette partie des mathématiques. Ainsi notre botaniste avait donc parfaitement raison: on imagine bien mal des molécules d'ADN qui resteraient dans des superpositions cohérentes en des endroits éloignés pendant bien longtemps - elles seraient soumises à une décohérence très rapide. La même impossibilité s'applique à tout le monde vivant, qu'ils s'agisse des haricots ou de créatures beaucoup plus complexes. La violation des inégalités est ainsi un phénomène très, très rare, en fait jusqu'à maintenant limité aux expériences dont le seul but est de la mettre en évidence!

Une généralisation intéressante où le temps remplace les paramètres de mesures a été proposée par Franson [17]. Le théorème de Bell n'est pas limité à certains états quantiques très particuliers, mais s'applique à tous les états qui ne sont pas des produits [18]. De façon générale, si le lecteur est intéressé par une vue globale des articles de J. Bell sur le sujet, il pourra se reporter à un volume de "collected

papers” publié en 1987 [19].

4.2 Egalités de GHZ

Tout le monde pensait que Bell avait fait le tour de la question, et que les systèmes de deux spins fournissaient les cas les plus nets des violations quantiques du réalisme local. Aussi la surprise a-t-elle été générale lorsque, en 1989, Greenberger, Horne et Zeilinger (GHZ) ont montré que, dès que l’on considère des systèmes de plus de deux particules corrélées, des violations spectaculaires du réalisme local deviennent possibles en mécanique quantique, sans mettre en jeu d’inégalités. Nous nous limiterons ici à la discussion de systèmes de trois particules, comme dans l’article initial de GHZ [20] (voir également [21]), mais des généralisations à N particules sont possibles; voir par exemple [24]. Prenons donc trois spins $1/2$ (nous ignorons totalement les variables externes des particules en question) que nous supposons dans l’état quantique initial de la forme²³:

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|+, +, +\rangle - |-, -, -\rangle] \quad (7)$$

où les états sont les états propres des spins selon l’axe Oz d’un repère orthonormé $Oxyz$. Calculons alors quelles sont les probabilités des résultats de mesure que prédit la mécanique quantique; nous envisagerons des mesures effectuées sur les spins $\sigma_{1,2,3}$ des trois particules, soit selon la direction Ox , soit la direction perpendiculaire Oy , et nous supposons que l’on s’intéresse à la valeur du produit de trois de ces composantes, par exemple $\sigma_{1y} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3x}$. Un calcul élémentaire (cf. appendice II) permet de montrer que:

$$\begin{aligned} P(\sigma_{1y} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3x} = +1) &= +1 \\ P(\sigma_{1x} \times \sigma_{2y} \times \sigma_{3y} = +1) &= +1 \\ P(\sigma_{1y} \times \sigma_{2x} \times \sigma_{3y} = +1) &= +1 \end{aligned} \quad (8)$$

En effet, le vecteur d’état choisi est simplement un vecteur propre commun aux trois produits d’opérateurs, de sorte que chacun des trois produits prend une valeur certaine²⁴. De plus, pour trois mesures effectuées selon l’axe Ox , il vient:

$$P(\sigma_{1x} \times \sigma_{2x} \times \sigma_{3x} = -1) = 1 \quad (9)$$

²³Cet état, qui correspond à la généralisation d’un état singulet pour deux spins, est parfois appelé un état d’entanglement maximal (ou d’imbrication maximale) pour les spins: il est la superposition cohérente de deux états où toutes les particules changent d’état individuel. On entend parfois dire qu’il suffirait de prendre un superfluide pour réaliser un état où toutes les particules seraient dans un état cohérent, et ainsi réaliser un état d’entanglement maximal. C’est inexact: il ne revient pas au même de construire un état produit d’un grand nombre de particules séparément dans la même superposition cohérente, ou un état qui n’est pas un produit puisque toutes les particules passent, d’une composante l’autre, vers un état orthogonal.

²⁴Le fait que le produit des trois résultats soit fixé n’empêche évidemment pas chacun des résultats de fluctuer de 100%, entre les valeurs $+1$ et -1 .

(la valeur propre est cette fois -1 , avec une probabilité 1 qui implique une certitude).

Etant donné la simplicité du calcul quantique, personne avant GHZ n'avait soupçonné à quel point ces résultats sont en désaccord total avec toute conception réaliste et locale du type EPR. Le raisonnement local est en fait une généralisation immédiate de celui du paragraphe 4.1.1; appelons en effet $A_{x,y}$ les résultats que doit donner le premier spin d'un triplet pour une mesure selon, soit la direction Ox , soit la direction Oy ; les mêmes notations avec les lettres B , et C sont utilisées pour les mesures sur les deux autres spins. Des trois égalités écrites plus haut on tire:

$$\begin{aligned} A_y B_y C_x &= 1 \\ A_x B_y C_y &= 1 \\ A_y B_x C_y &= 1 \end{aligned} \tag{10}$$

d'où il découle immédiatement par produit (les carrés de tous les résultats sont toujours égaux à $+1$!) que:

$$A_x B_x C_x = +1 \tag{11}$$

Mais l'égalité (9) donne exactement le signe opposé pour le produit! Ici nous avons une contradiction qui peut apparaître comme encore plus nette que pour les inégalités de Bell, en tous cas en théorie (la mettre en évidence dans une expérience réelle est une autre affaire): les deux prédictions sont tout simplement opposées. Intuitivement au moins, on a l'impression d'un conflit particulièrement aigu entre mécanique quantique et réalisme local, résultant du fait qu'aucune fluctuation des résultats (plus précisément du produit des trois résultats) n'est ici mise en jeu (le ket est un état propre de toutes les mesures) ainsi que de cette opposition de 100% dans la valeur du produit.

Pour le moment, à notre connaissance l'égalité GHZ n'a pas fait l'objet de vérifications expérimentales semblables à celles des inégalités de Bell, mettant en jeu des résultats de mesure macroscopiques²⁵; on a cependant l'impression que les progrès constants dans les techniques d'optique quantique non linéaire nous en rapprochent constamment, et que c'est peut-être maintenant une question d'années? L'avenir nous dira si c'est le cas. Pour une discussion du cas où les égalités redeviennent des inégalités (lorsque les valeurs des mesures ne sont pas 1), voir [23].

4.3 Impossibilités de Hardy

Récemment, un autre schéma conceptuellement du même type a été introduit par Hardy [26], schéma qui rappelle les inégalités de Bell puisqu'il ne met en jeu que deux particules. Il en est toutefois assez différent car il ne porte pas sur des taux de corrélation qui prennent des valeurs différentes, selon que l'on adopte

²⁵Des analogues microscopiques ont cependant été mis en évidence dans des expériences de résonance magnétique nucléaire; voir [22].

le réalisme local ou la mécanique quantique. Ici il s'agit de types d'observations qui devraient être strictement impossibles dans le premier cadre, alors qu'elles peuvent parfaitement se produire dans le second. A l'inverse de ce que nous avons fait dans le paragraphe précédent, commençons par présenter le raisonnement réaliste local.

Comme au paragraphe 4.1.1, nous supposons que la première particule peut être soumise à deux types différents de mesure, qui sont caractérisés par les directions d'analyse a et a' , et nous appelons A et A' les résultats correspondants; de même, B et B' désignent les résultats concernant la seconde particule. Considérons maintenant les propositions suivantes (la première concerne des mesures correspondant uniquement aux directions sans prime, la seconde le cas où une seule des directions a un prime, la troisième celui où les deux directions correspondent à un prime):

(i) - pour les mesures du type (a, b) , on obtient parfois un double résultat $+1$; en d'autres termes, le couple de résultats $A = 1, B = 1$ est parfois observé.

(ii) - en revanche, pour les mesures du type ou (a', b) , on n'obtient jamais un même double résultat $+1$; les couples de résultats $A = 1, B' = 1$, ainsi que $A' = 1, B = 1$ n'apparaissent jamais.

(iii) - enfin, pour les mesures de type (a', b') , on n'obtient jamais un même double résultat $A' = -1$ et $B' = -1$.

Dans le cadre du réalisme local, toutes les quantités introduites ont bien un sens; mais l'examen montre que ces propositions sont logiquement contradictoires. En effet, traçons un diagramme comme celui de la figure 1, où la partie supérieure signale la possibilité ouverte par la proposition (i); la proposition (ii) entraîne alors que, si $A = +1$, on a nécessairement $B' = -1$, qui justifie la première diagonale de la figure 1, la seconde découlant ensuite par symétrie. Alors, il devient clair que les mêmes événements qui correspondent à la réalisation de $A = 1$ et $B = 1$ satisfont nécessairement à $A' = -1$ et $B' = -1$: l'impossibilité contenue dans la proposition (iii) ne peut donc être satisfaite dans certains cas, ce qui rend cette proposition incompatible avec les deux précédentes (si l'on préfère, il y a contradiction entre le "quelquefois" de la première ligne horizontale et le "jamais" de la seconde).

Figure 1

Or il se trouve que la mécanique quantique permet effectivement une réalisation simultanée des trois propositions. Considérons en effet un vecteur d'état à deux spins de la forme:

$$|\Psi\rangle = \alpha |+, -\rangle + \beta |-, +\rangle + \gamma |+, +\rangle \quad (12)$$

où la base $|\pm, \pm\rangle$ est celle des observables A' et B' (l'axe Oz est donc la direction d'analyse pour les observables avec prime). D'emblée, l'absence de composante de $|\Psi\rangle$ sur $|-, -\rangle$ nous assure que la proposition (iii) est réalisée. Pour les mesures sans prime, nous supposons qu'elles sont effectuées selon une même direction du plan xOz qui fait un angle 2θ avec Oz ; ainsi le vecteur propre de l'espace des états à un spin correspondant à un résultat $+1$ s'écrit-il simplement:

$$\cos\theta |+\rangle + \sin\theta |-\rangle \quad (13)$$

Le premier état exclu par la proposition (ii) (diagonale de la figure 1) s'écrit alors:

$$\cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |+, -\rangle \quad (14)$$

alors que le second est:

$$\cos\theta |+, +\rangle + \sin\theta |-, +\rangle \quad (15)$$

de sorte que ces conditions d'exclusion s'écrivent:

$$\alpha \sin\theta + \gamma \cos\theta = \beta \sin\theta + \gamma \cos\theta = 0 \quad (16)$$

soit, à un coefficient de proportionnalité près:

$$\alpha = \beta = -\gamma \cot\theta \quad (17)$$

Ce coefficient arbitraire peut être utilisé pour écrire $|\Psi\rangle$ sous la forme:

$$|\Psi\rangle = -\cos\theta(|+, -\rangle + |-, +\rangle) + \sin\theta|+, +\rangle \quad (18)$$

Il ne reste maintenant plus qu'à calculer le produit scalaire de ce ket par celui où les deux spins sont dans l'état (13): pour obtenir l'expression:

$$-\sin\theta \cos^2\theta \quad (19)$$

qui, une fois divisée par la norme du ket (18), donne la probabilité du processus considéré en (iii); il est clair que cette probabilité n'est en général pas nulle, et un calcul exact montre qu'elle peut atteindre 9% (voir appendice III). Ceci démontre la réalisation possible du couple prévu dans la proposition (i): les prévisions de la mécanique quantique sont en contradiction flagrante avec les raisonnements effectués dans le cadre réaliste local.

Un aspect intéressant de la série d'assertions écrites plus haut est qu'elle est généralisable à un nombre arbitraire de types de mesures [27]; il se trouve que ceci permet d'augmenter le pourcentage d'événements "impossibles" (dans le cadre du réalisme local) prédits par la mécanique quantique - de 9% à près de 50%! Maintenons inchangées les deux premières et enchaînons la seconde de façon récurrente en supposant maintenant que:

(iii) pour les mesures du type (a', b'') ou (a'', b') , on n'obtient jamais un résultat opposé²⁶.

(iv) de même, pour les mesures du type (a'', b''') ou (a''', b'') , on n'obtient jamais un résultat opposé.

etc..

(n) enfin, pour les mesures de type (a^n, b^n) , on n'obtient jamais -1 et $+1$. La démonstration de l'incompatibilité est très semblable; elle est résumée sur la figure 2.

²⁶Il suffit en fait pour le raisonnement de ne jamais obtenir le couple $-1, +1$.

Figure 2

Les conclusions fondamentales à tirer de ces contradictions sont clairement les mêmes que pour le théorème de Bell: en mécanique quantique, il n'est pas correct de raisonner à la fois sur toutes les quantités qui ont été écrites, même comme des quantités inconnues qu'une expérience future pourrait déterminer. La raison en est simplement qu'il est évidemment impossible sur une paire de spins donnée d'effectuer toutes les mesures envisagées, qui sont incompatibles. C'est une illustration supplémentaire de la façon dont localité et réalisme sont en contradiction avec la mécanique quantique. Pour une discussion générale des effets de non-localité avec d'autres états, voir [28].

5 Où en sommes nous?

Selon leur point de vue et leurs préférences, certains en concluent avec satisfaction “Bohr avait raison”! D'autres, tout aussi convaincus, annonceront triomphants que “Bohr avait tort”! Ni les uns ni les autres ne sont complètement dans l'erreur²⁷. Le premier point de vue découle tout naturellement de la constatation évidente que, pour le moment du moins, rien n'est venu apporter la moindre contradiction expérimentale à la théorie quantique orthodoxe; c'est vrai même dans des situations compliquées de corrélations entre spins auxquelles personne n'avait pensé à l'époque de Bohr. Nous l'avons déjà noté plus haut, c'est assurément un

²⁷Il va sans dire que l'objet de la discussion n'est pas de défendre ou d'attaquer tel ou tel grand physicien, en particulier N. Bohr; son nom est pris ici de façon symbolique, comme celui du “pape” de l'interprétation de Copenhague de la mécanique quantique, mais on pourrait le remplacer par d'autres, comme par exemple celui de W. Heisenberg.

triomphe qui illustre la puissance de la pensée abstraite des physiciens de cette école. Mais d'autres feront remarquer, avec justesse également, que Bohr semble ne pas avoir vraiment réalisé l'impact de sa position, et que la frontière qu'il voulait établir entre macroscopique et microscopique n'est pas si facile à maintenir. En effet si, par principe, on peut accepter de renoncer à utiliser des images valides dans le monde macroscopique pour "expliquer" le monde macroscopique, on s'aperçoit que l'on ne peut pas s'abriter si facilement devant ces énormes différences d'ordres de grandeur: c'est la mécanique quantique elle-même qui conduit à des résultats paradoxaux au niveau macroscopique (résultats observés en violation avec la localité), et c'est donc elle qui remet en question cette distinction commode. En fait, c'est non seulement cette frontière qui est en cause, mais également la notion d'espace-temps; nous sommes forcés de "mettre un petit bémol" sur nos vues sur certains acquis relativistes fondamentaux, comme la causalité ou la notion d'événement; on aurait pu les croire universelles, mais il est clair que l'opération de mesure quantique n'est pas un événement bien défini au sens relativiste. Mais ne tombons pas dans l'excès inverse: dire que la théorie de la relativité en sort profondément ébranlée serait un non-sens; mais les résultats qui émergent de la confrontation avec les inégalités de Bell ne vont assurément pas dans le même sens sur le plan conceptuel. Pour finir, est ce si étonnant? Que relativité et mécanique quantique ne fassent pas toujours très bon ménage dans la physique contemporaine est bien connu: la quantification de la gravitation est toujours un problème ouvert.

De toutes façons, et nous l'avons déjà remarqué dans l'introduction, l'interprétation de Copenhague au sens strict a perdu sa situation de quasi monopole dans l'esprit des physiciens, qui prennent maintenant nettement plus au sérieux des points de vue différents; nous en passerons quelques uns en revue au paragraphe 5.5.

5.1 Les failles

Aucune expérience de physique n'est parfaite, et celles qui ont tranché en faveur de la mécanique quantique n'échappent pas à la règle. Les toutes premières étaient déjà fort convaincantes [29][30], celles de la deuxième génération encore plus [31], et depuis elles n'ont cessé d'être améliorées (les références sont trop nombreuses pour être données ici). Mais il est vrai qu'en toute rigueur - et peut-être avec une pointe de mauvaise foi- on peut toujours dire que "rien n'est prouvé". Pourquoi cela? La raison principale est que, dans tous les schémas expérimentaux, il est impossible d'affirmer que toutes les paires de particules émises sont mesurées, la très grande majorité échappant tout simplement à la détection. Par exemple, dans le cas des paires de photons émis en cascade, les particules partent dans toutes les directions de l'espace alors que les photomultiplicateurs ne couvrent qu'un angle solide très limité; de plus, leur rendement quantique est faible. En fait, il faut bien voir que l'immense majorité des paires émises ne sont jamais détectées! Dans les expériences plus récentes où les photons sont émis par conversion paramétrique,

la corrélation entre leurs directions d'émission permet d'augmenter la proportion de détections, mais elle reste relativement faible.

Supposons alors que le rôle d'un analyseur soit en fait de sélectionner, parmi toutes les paires de photons dont au moins un l'atteint, une très petite proportion de paires appartenant à une sous-classe bien définie; dès qu'on tourne un peu l'analyseur, c'est une autre sous-classe, peut-être complètement disjointe, qui sera sélectionnée, etc.. En attribuant des propriétés adéquates à chacune de ces sous-classes, il est à peu près évident qu'on peut aisément reproduire n'importe quel type de corrélation entre les mesures, y compris des corrélations qui reproduisent celles de la mécanique quantique²⁸. Comment donc avons nous échappé à l'universalité du théorème de Bell? Tout simplement en acceptant l'idée que les échantillons sont biaisés par chaque type de mesure: à chaque fois que l'on tourne un des analyseurs, on détecte des ensembles de particules qui n'ont rien à voir entre eux, de sorte que tout le raisonnement habituel s'effondre. Effectivement, le théorème de Bell suppose que toutes les particules sont détectées, ou du moins que l'échantillon détecté n'est pas biaisé par un phénomène physique mystérieux dont la nature serait pour le moment inconnue²⁹. Si cependant un tel phénomène existait, on pourrait imaginer une "conspiration des polariseurs"³⁰ où ces derniers s'entendraient pour tromper les physiciens et faire semblant de donner des résultats en accord avec la mécanique quantique!

Il faut bien garder à l'esprit que cette possibilité, si elle est parfaitement saine sur le plan de la logique pure, est complètement "ad hoc": il n'y a aucune indication, même parcellaire, qu'elle soit réalisée. Elle est traditionnellement qualifiée d'échappatoire (loophole en anglais), ce qui indique bien son caractère artificiel, dernière issue logique de ceux qui désirent réfuter coûte que coûte les résultats des expériences; mais la possibilité existe et aucun argument autre que de plausibilité n'a été avancé pour la fermer. Il est donc correct de dire que, dans toutes les expériences réalisées jusqu'à maintenant, l'interprétation des résultats met en jeu des hypothèses sur le fonctionnement des analyseurs de polarisation qui restent non démontrées; il n'est donc pas absolument exclu que la mécanique quantique soit violée un jour dans une expérience où presque toutes

²⁸Mathématiquement, si la distribution de probabilité des variables λ (souvent notée ρ) dépend, soit de a , soit de b , soit des deux, on peut obtenir n'importe quelle fonction de a et b .

²⁹Pour éliminer cette possibilité Bell, dans certains de ses exposés, imaginait des sortes "détecteurs avancés" en forme de guide cylindrique, insensibles à la polarisation des particules, mais détectant leur passage; leur rôle était de prédire avec certitude que les véritables appareils de mesure, placés plus loin, et sensibles à la polarisation, allaient donner un résultat; c'est une autre façon de préciser l'ensemble sur lequel les statistiques sont effectuées, sans que nécessairement toutes les paires émises soient détectées (on parle aussi parfois dans ce cadre de "event ready detectors"). Voir également la référence [32] où Bell imagine une combinaison de détecteurs "veto" et d'un détecteur "go" recevant le premier photon d'une cascade ternaire, avec le même souci de meilleure sélection des échantillons de paires détectés.

³⁰C'est un terme consacré par l'usage!

les paires seraient détectées; peut être, à l’opposé, sera-t-il possible de réaliser une expérience fermant définitivement la porte à toute interprétation basée sur cette notion d’échantillon biaisé?

5.2 La localité, la contrafactualité

Suivant les auteurs, on trouvera des textes où la non-localité de la mécanique quantique est considérée comme un fait acquis, ou d’autres où cette notion est considérée comme un artefact introduit par l’insertion d’une notion étrangère à la mécanique quantique (celle d’éléments de réalité de EPR); dans ce second point de vue, tous les raisonnements sur la non-localité sont considérés comme entachés par une hypothèse initiale qui est à rejeter - ce qui leur ôte immédiatement toute validité. Cette discussion, entre ceux qui pensent avoir démontré la non-localité de la mécanique quantique et ceux qui pensent que les raisonnements des premiers sont circulaires, a parfois été vive et touche à de très délicats problèmes de logique³¹ et de philosophie; nous référons le lecteur intéressé à la référence [4] ainsi que à [33][34][35]. Ce qui est en revanche plus facile à saisir est la remise en question radicale de la notion de “contrafactualité” par la mécanique quantique. Le raisonnement contrafactuel consisterait à introduire comme des quantités mathématiques valides - bien qu’évidemment inconnues - les résultats de toutes les expériences dont on pourrait envisager la réalisation dans le futur [36]. Mais comme, pour une réalisation unique d’une expérience, il n’est évidemment pas possible d’effectuer plus d’un choix des orientations des analyseurs (angles a et b), raisonner ainsi sur l’ensemble des résultats qui auraient été obtenus pour toutes les orientations n’est pas correct (au moins pour une expérience mettant en jeu la mécanique quantique); sinon on retombe dans les schémas de raisonnement que nous avons exposés plus haut, par exemple au paragraphe 4.1.1, qui conduisent à des inégalités incompatibles avec la mécanique quantique. Nous avons déjà cité plus haut cette phrase de Peres qui nous semble bien résumer ce rejet de la contrafactualité: “unperformed experiments have no results”.

³¹En revanche, l’idée recue selon laquelle le théorème de Bell serait simplement un théorème d’impossibilité des variables cachées (un nouveau théorème de von Neuman, en quelque sorte) est indéfendable, même si elle bien souvent été répétée. Le raisonnement ne tiendrait pas: pourquoi exiger d’un formalisme à variables supplémentaires d’être explicitement local, alors que celui de la mécanique quantique ne l’est pas? Ni le postulat de réduction du paquet d’ondes, ni le calcul des corrélations si on prend le point de vue de Everett, ni l’expression du vecteur d’état lui-même ne sont évidemment locales; en d’autres termes, on peut légitimement discuter pour savoir si, profondément, la mécanique quantique est locale ou non, mais on ne peut nier que son formalisme mathématique ne le soit pas.

Citons a nouveau S. Goldstein qui, dans la référence [2], écrit: “in recent years it has been common to find physicists failing to appreciate that what Bell demonstrated with his theorem was not the impossibility of Bohmian mechanics, but rather a more radical implication - namely nonlocality - was intrinsic to quantum theory itself”.

5.3 Téléportation et cryptographie quantiques

Dans la ligne de pensée ouverte par la non-localité se situe l'idée de la téléportation quantique [37]; ici il s'agit d'utiliser les corrélations entre deux particules qui ont initialement été mises dans un état quantique imbriqué, comme l'état singulet de deux spins; le but est de reproduire, à distance, l'état quantique complètement arbitraire d'un spin supplémentaire. Le premier opérateur (opérateur A, traditionnellement appelé Alice) effectue une mesure concernant à la fois une des particules de la paire imbriquée et la particule supplémentaire³². Elle en communique ensuite le résultat par des voies classiques au second opérateur (opérateur B, traditionnellement appelé Bob); ce dernier, appliquant une transformation unitaire qui dépend de cette information classique transmise par Alice, est alors capable de mettre le second spin de la paire corrélée exactement dans le même état quantique que l'état initial de la particule supplémentaire. L'état quantique en question a ainsi été téléporté! C'est donc un schéma mixte où la reconstruction à distance d'un état quantique utilise à la fois des canaux classiques et les corrélations quantiques à distance du type EPR; il n'est pas nécessaire qu'Alice ait connaissance de l'état à reproduire pour jouer son rôle.

On pourrait considérer comme triviale la reproduction à distance d'un état quantique à partir d'informations classiques: après tout, il suffirait que Alice dise à Bob d'orienter un appareil de Stern et Gerlach dans une direction donnée et d'attendre un résultat +1 par exemple. Mais ce serait ignorer le fait que Alice ne choisit pas l'état à téléporter; de plus, si on lui donne un spin dans un état arbitraire, elle serait bien en peine de le déterminer par une mesure unique, ou même par des mesures répétées sur la même particule (dont les probabilités de résultats ne dépendent plus que du résultat de la première mesure!); en fait, c'est strictement impossible, non seulement physiquement à cause des règles de la mécanique quantique, mais aussi mathématiquement du fait qu'un état dépend de paramètres continus alors que les résultats de mesure sont discrets. Ainsi, dans la téléportation quantique, ni Alice ni Bob n'ont jamais besoin - ou même la possibilité - de connaître l'état téléporté. Il serait donc incorrect d'affirmer que leur communication classique inclut la description de l'état en question; d'ailleurs, à nouveau, il s'agit de la transmission d'une information discrète, qui ne permet pas de reconstruire un état dépendant de paramètres continus³³.

³²Cette mesure ne doit pas être quelconque afin que le schéma fonctionne; en particulier, elle doit être relative à une observable où le rôle des deux particules dans le laboratoire de Alice est indiscernable.

³³En d'autres termes, et pour dire les choses de façon frappante, avant même que Bob ne reçoive l'information classique, il dispose en fait déjà de "presque toute l'information" sur l'état quantique à reproduire, qui lui est parvenue de façon instantanée; il ne lui manque plus que la valeur d'un nombre discret qui ne peut prendre que 4 valeurs, la "partie continue" de l'information (si cette notion a un sens précis) étant déjà présente. Mais il faut garder à l'esprit que, lui non plus, ne peut pas avoir accès à cette information continue, de sorte que l'appeler information est un peu un abus de langage; comme Alice, il a bien à sa disposition la particule

De façon générale, tant par l'utilisation des états imbriqués des deux premières particules que par les types de mesures effectuées par Alice, il existe un lien assez étroit entre téléportation quantique et la non-localité des mesures de type Bell; pour une discussion plus détaillée, voir [38]; pour une revue succincte de résultats expérimentaux récents sur le sujet, voir un compte-rendu de *Physics Today* [39].

Un autre sujet, lui aussi relativement nouveau, qui emprunte des idées aux corrélations EPR est la cryptographie quantique [40]. L'idée de base est la mise en place d'un système parfaitement sûr de partage de clé cryptographique; ce mot désignant une série aléatoire de 0 et de 1 qui est utilisée pour coder, puis décoder, un message, par deux correspondants éloignés. Le partage se fait grâce à un système de transmission à distance (généralement l'envoi de photons optiques dans des fibres) conçu de telle façon que toute tentative d'interception des signaux transmettant la clé soit automatiquement détectable par les correspondants en question. Au lieu de rendre l'espionnage difficile par des mesures de précaution appartenant à la vie courante (conservation des clés de codage dans des coffres-fort, précautions prises lors de leur transport, etc.) - dont l'efficacité est contextuelle et donc difficile à évaluer a priori - il s'agit de baser sa confiance sur des lois physiques fondamentales: quelle que soit l'habileté des espions, il ne pourront pas violer une loi de la mécanique quantique! Par exemple, ils ne peuvent pas intercepter un photon, le "clôner" pour en faire plusieurs photons strictement identiques, en utiliser quelques-uns pour en mesurer les propriétés, et renvoyer le dernier sur la ligne pour donner l'impression que rien ne s'est passé; en effet, cette opération est contradictoire avec les lois de la physique³⁴. Les schémas de cryptographie quantique sont divers, certains mettant en jeu des paires de photons corrélés à la EPR, d'autres pas. Mais le sujet, qui mériterait assurément d'être discuté plus en détail, est trop vaste pour le cadre de cet exposé, et nous n'en dirons pas plus ici.

5.4 Les états "par tout ou rien", la décohérence

Après avoir introduit des états quantiques dont les propriétés quantiques sont spécialement remarquables, nous discuterons brièvement un phénomène quantique qui tend à en réduire la durée de vie, la "décohérence".

dans l'état désiré, mais il ne peut pas le connaître en effectuant des mesures.

³⁴On peut par exemple montrer qu'un tel clonage permettrait, s'il est effectué sur les deux photons d'une paire EPR, de communiquer des signaux superluminaux, en violation avec la relativité. En mécanique quantique, l'amplification de photons comporte toujours un certain bruit (émission spontanée).

5.4.1 Les états par tout ou rien

Les états que nous appellerons “par tout ou rien”, ou encore états GHZ, ou encore états d’imbrication maximale (states of maximum entanglement), sont des généralisations directes de (7), c’est à dire des états où si l’une des particules est trouvée par exemple dans l’état $| + \rangle$, toutes les autres sont automatiquement dans le même état. Pour éviter toute confusion, commençons par décrire une procédure qui ne conduit pas à un état par tout ou rien. Prenons une situation où N particules tombent successivement sur un filtre (lame semi-réfléchissante, aimant de Stern et Gerlach pour des spins, etc.), tout en étant initialement dans une superposition cohérente des deux états propres de ce filtre; par exemple ce seront N spins $1/2$ orientés selon la direction Ox qui entrent dans un aimant de Stern et Gerlach orienté selon Oz , ou tout simplement N photons (ou atomes, puisque maintenant on sait faire expérimentalement de l’optique atomique) qui tombent sur une lame semi-réfléchissante qui les transforme en une superposition cohérente d’un état dévié vers le haut (noté $| + \rangle$) et d’un état non dévié (noté $| - \rangle$). L’état décrivant la superposition obtenue sera alors le produit tensoriel:

$$|\Psi\rangle = [\alpha |1 : +\rangle + \beta |1 : -\rangle] \otimes [\alpha |2 : +\rangle + \beta |2 : -\rangle] \otimes \dots \otimes [\alpha |N : +\rangle + \beta |N : -\rangle] \quad (20)$$

Nous n’avons écrit cet état que pour mettre en lumière à quel point il est différent de la généralisation de (7), qui s’écrirait:

$$|\Psi\rangle = \alpha |1 : +; 2 : +; \dots; N : +\rangle + \beta |1 : -; 2 : -; \dots; N : -\rangle \quad (21)$$

Dans le premier cas, nous avons N particules qui, chacune, sont séparément dans une superposition cohérente des deux états de base; le ket (20) serait également approprié pour décrire un superfluide où la condensation de Bose-Einstein permet d’accumuler les particules dans un état quantique unique qui peut être une superposition cohérente quelconque, par exemple de deux états séparés par une barrière de potentiel. Par développement du produit tensoriel, on obtient effectivement deux termes dont la somme reproduit un état du type (21); mais ils sont accompagnés d’un très grand nombre (si N est grand) d’autres composantes intermédiaires, qui changent totalement la nature de l’état à N particules. Seules deux composantes sont en effet présentes dans le véritable état “par tout ou rien” (21), et nous avons déjà vu dans le paragraphe (4.2) dans le cas $N = 3$ à quel point cela peut lui conférer des propriétés quantiques extrêmes.

Pour une discussion du cas à N particules, voir par exemple [24], où l’on discute en particulier le caractère très spécial de leur cohérence, qui n’apparaît qu’au “dernier moment”: tant que l’on ne s’intéresse qu’à un sous-ensemble des particules, même à $N - 1$, le système ne semble présenter aucune particularité très remarquable, les spins étant corrélés un peu comme dans un aimant classique; mais, lorsque la dernière particule est prise en compte dans les corrélations

étudiées, des oscillations quantiques importantes apparaissent, qui seraient totalement inexplicables dans un cadre réaliste local.

Depuis quelques années (environ 5 ans), on lit souvent les mots “chat de Schrödinger” pour désigner les états du type (21), en fait surtout dans des articles d’électronique quantique. Il y a effectivement une certaine analogie dans la mesure où Schrödinger considère dans son fameux paradoxe un ensemble d’un très grand nombre de particules (un chat est un système à un très grand nombre de degré de liberté!) qui sont toutes ensemble, soit dans un état correspondant au chat vivant, soit dans un état correspondant au chat mort qu’on peut supposer très différent, au moins au niveau des corrélations entre particules (une cellule est composée d’atomes qu’on peut supposer engagés dans des liaisons chimiques différentes si elle est vivante ou si elle est morte). L’analogie n’est pas très précise, car on en voit pas très bien pourquoi toutes les particules d’un chat mort ou vivant seraient nécessairement dans des états orthogonaux; de plus, dans l’exemple de Schrödinger, la superposition en question progresse d’un système microscopique (un noyau radioactif) vers le macroscopique, selon une chaîne de Von-Neumann (voir paragraphe 2.1) qui tend de plus en plus à se ramifier dans l’environnement. Elle commence par un amplificateur, puis continue par le chat et s’étend ainsi à l’infini sans jamais se résoudre en une seule de ses composantes, ce qui constitue précisément le paradoxe énoncé par Schrödinger; en fait, le chat lui même n’est jamais, à aucun instant, dans une superposition cohérente du type (21).

5.4.2 La décohérence

La décohérence est un phénomène de même nature que la chaîne infinie de Von Neumann, puisqu’il s’agit de la régression sans fin des cohérences contenues dans le vecteur d’état vers l’environnement de plus en plus lointain; ainsi se créent des corrélations de plus en plus complexes avec cet environnement, qui deviennent en pratique rapidement impossibles à détecter. Prenons en effet un état à N particules comme celui écrit en (21), où nous supposons maintenant que l’état $| + \rangle$ et l’état $| - \rangle$ décrivent des particules se trouvant dans des régions différentes de l’espace; c’est le cas par exemple pour des particules de spin $1/2$ qui sont déviées différemment selon leur état interne dans un aimant de Stern et Gerlach; mais c’est également le cas de façon bien plus générale, comme dans l’exemple pris plus haut de particules tombant sur une lame séparatrice. Dans ces conditions, on s’aperçoit que la cohérence des N particules devient extrêmement fragile vis à vis de toute interaction avec l’environnement. Supposons en effet qu’un photon (ou toute autre particule), initialement dans l’état $| \mathbf{k}_0 \rangle$, soit diffusé par l’une des particules; il passera ainsi dans un état $| \mathbf{k}_+ \rangle$ s’il est diffusé par une particule dans l’état $| + \rangle$, dans l’état $| \mathbf{k}_- \rangle$ s’il est diffusé par une particule dans l’état $| - \rangle$. Avant diffusion, l’état initial du système est simplement le produit tensoriel de $| \mathbf{k}_0 \rangle$ par (21), mais après diffusion l’état

final s'écrira:

$$\begin{aligned}
|\Psi'\rangle = & \alpha |1 : +; 2 : +; \dots; N : +\rangle \otimes |\mathbf{k}_+\rangle + \\
& + \beta |1 : -; 2 : -; \dots; N : -\rangle \otimes |\mathbf{k}_-\rangle
\end{aligned} \tag{22}$$

Intéressons nous uniquement au système des N particules, supposant par exemple que le photon diffusé n'est pas détectable; il est alors utile de calculer la trace partielle sur ce dernier afin de calculer la matrice densité réduite des particules en question. On voit facilement que cette matrice densité réduite s'écrit, dans la base des deux états $|+, +, +, \dots\rangle$ et $|-, -, -, \dots\rangle$:

$$\rho = \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & \alpha\beta^* \langle \mathbf{k}_- | \mathbf{k}_+ \rangle \\ \alpha^*\beta \langle \mathbf{k}_+ | \mathbf{k}_- \rangle & |\beta|^2 \end{pmatrix} \tag{23}$$

(nous supposons pour simplifier que les deux états $|\mathbf{k}_\pm\rangle$ sont normés). Si le produit scalaire $\langle \mathbf{k}_+ | \mathbf{k}_- \rangle$ était égal à un, la matrice densité des N particules ne serait pas affectée par la diffusion du photon. Mais ce serait en fait supposer l'identité des deux états de diffusion du photon, alors que cette diffusion se produit par hypothèse dans des régions nettement différentes de l'espace; en fait, selon l'état du photon diffusé, il est possible de dire si la particule diffusante était dans l'état $|+\rangle$ ou l'état $|-\rangle$, de sorte qu'il est bien plus réaliste de supposer que le produit scalaire en question est très proche de zéro. La matrice densité des N particules devient alors une superposition incohérente des deux états $|+, +, +, \dots\rangle$ et $|-, -, -, \dots\rangle$; physiquement, la cohérence entre ces états est détruite par l'information contenue dans l'état du photon (qu'il soit observé ou non).

Nous voyons ainsi que, dès la diffusion de la première particule élémentaire qui provient de l'environnement, la cohérence propre du système des N particules diminue ou disparaît, tout en se transférant vers une corrélation plus complexe comme celle écrite en (22). Clairement, il est impossible de contrôler (au quantum près!) tout l'environnement d'un système physique macroscopique; ce dernier tend alors très rapidement à diffuser de plus en plus de photons, laissant ainsi en quelque sorte la trace de son état interne dans l'environnement et perdant rapidement sa cohérence interne. Le phénomène est inévitable, sauf dans le cas très particulier où toutes les caractéristiques de diffusion des deux états $|+, +, \dots\rangle$ et $|-, -, \dots\rangle$ seraient strictement identiques (ce qui exclut une séparation spatiale entre eux). En particulier, il est impensable qu'un chat mi-mort mi-vivant ne diffuse pas presque instantanément quelque électron, photon ou atome, et d'une façon différente dans les deux cas; ainsi sa cohérence initiale éventuelle (en supposant qu'on ait réussi à la créer), disparaît presque aussitôt pour se dégrader en une cohérence qui se propage de plus en plus loin dans l'environnement.

Ainsi les superpositions cohérentes d'objets macroscopiques dans des états séparés spatialement sont-elles extrêmement fragiles. Certains y voient une "explication" de la nature de la mesure en mécanique quantique: la superposition devenant incohérente, n'avons nous pas un mélange statistique qui ressemble à la

description d'un objet classique dont nous ignorerions s'il est dans un état ou un autre? En fait l'explication en question ne résiste pas à l'analyse dès que l'on est exigeant sur ce que doit être une compréhension du processus de mesure; il y a pour cela plusieurs raisons. La première est que le but du postulat de réduction du paquet d'ondes est d'introduire la notion d'unicité du résultat de mesure, afin de rendre compte des observations usuelles où l'on n'aboutit jamais à des superpositions de résultats, cohérents ou non; sinon il serait inutile. Si donc on part de l'idée que le problème principal de la mesure en mécanique quantique est bien d'expliquer l'émergence de cette unicité, tout en sachant que l'équation de Schrödinger ne peut que ramifier à l'infini les différentes composantes du vecteur d'état, il devient évident que la théorie de la décohérence ne peut rien apporter; elle ne fait que discuter la façon dont cette superposition se propage de plus en plus loin dans l'environnement, repoussant le problème de plus en plus loin, sans jamais le résoudre. On pourrait bien sûr supposer qu'à un certain stade la superposition se résout en l'une seule de ses composantes, mais ce serait ré-introduire par la fenêtre le postulat que l'on avait mis dehors par la porte³⁵. La seconde raison est d'ordre logique: pour résoudre un problème de frontière entre deux postulats d'évolution incompatibles, invoquer un mécanisme qui reste entièrement dans le cadre du premier d'entre eux ne peut apporter la solution.

La décohérence est donc un phénomène physique d'un intérêt intrinsèque indéniable, qui justifie pleinement les études théoriques et expérimentales [41] qui y ont été consacrées; par exemple, un des résultats les plus intéressants de ces études est la spécification précise de la base dans laquelle cette décohérence se produit, et des constantes de temps associées au phénomène. Mais gardons à l'esprit que la décohérence n'est que l'étape préliminaire avant la mesure, ce n'est pas la mesure elle-même³⁶: cette dernière se produira lorsque, de tous les éléments diagonaux de la matrice densité correspondants aux différents résultats possibles, tous sauf un disparaîtront³⁷.

Un autre aspect essentiel de la décohérence est son rôle primordial dans tous les schémas proposés pour réaliser des ordinateurs quantiques, un autre développement récent du domaine que nous ne pourrions pas détailler ici. Nous dirons simplement que l'idée générale [42] est de baser les calculs, non sur des "bits" classiques ne pouvant se trouver que dans deux états (correspondant à 0 ou

³⁵On peut également supposer que la résolution ne se produit jamais; on rejoint alors l'interprétation de Everett de la mécanique quantique (voir paragraphe 5.5).

³⁶En supposant bien sûr que cette dernière existe, c'est à dire que l'on n'adopte pas le point de vue de Everett.

³⁷Il faut garder à l'esprit que le formalisme de la matrice densité est très élégant et compact, mais que bien sûr cette compacité même signifie qu'il est plus difficile de garder la trace de l'origine physique des termes mathématiques. Ainsi, la matrice densité permet de traiter exactement de la même façon des incertitudes d'origine classique (système imparfaitement connu) et des probabilités purement quantiques (incertitudes fondamentales liées au non-déterminisme, qui n'ont rien à voir avec les informations dont disposerait tel ou tel observateur). Mais ce n'est pas une analogie de formalisme qui fait disparaître une difficulté conceptuelle!

1), mais sur des bits quantiques pouvant avoir accès à tout un continuum d'états quantiques construits par superposition cohérente de ces états. La taille bien plus grande de l'espace des configurations possibles pour le système pourrait s'avérer, si elle était vraiment accessible, un outil permettant d'effectuer des calculs bien plus rapides, en particulier en ce qui concerne la factorisation des grands nombres en nombres premiers [43]. Il est toutefois clair que la décohérence est l'ennemie farouche de tels schémas, même si des méthodes de correction de ses effets destructeurs ont récemment été proposés. De fait, si on réalise que les ordinateurs quantiques sont une sorte de résurgence moderne des calculateurs analogiques, dont la fragilité vis à vis des petites perturbations est bien connue (c'est elle qui explique la prédominance actuelle écrasante des calculateurs digitaux), on peut se demander si la proposition est très réaliste... Mais il est clair qu'un examen détaillé est nécessaire avant de trancher la question, et le sujet de recherche est en ce moment l'objet de travaux intenses.

5.5 Les alternatives

Il est hors de question dans un texte de ce type de rendre compte de façon détaillée de toutes les positions qui se sont exprimées pour surmonter nos difficultés conceptuelles concernant la mécanique quantique; nous serons donc très schématiques. La fameuse proposition de Wigner, selon laquelle c'est la "conscience de l'observateur", si l'on préfère les courants qui circulent entre les neurones du cerveau humain, qui produit la réduction du paquet d'ondes, est souvent tournée un peu en dérision - avec tout le respect dû au grand physicien. Et pourtant, n'est-il pas celui qui dit tout haut ce que personne n'osait dire clairement, en explicitant la position de l'école de Copenhague sans hésiter à aller jusqu'au bout de sa logique? Si la mesure est vraiment une opération aussi spéciale en physique, comme nous le dit Bohr, et si les mesures résultent de l'intervention humaine, n'en découle-t-il pas qu'il faut donner explicitement à l'esprit humain un rôle à part? On atteint cependant ainsi une position inconfortable, où se posent des questions embarrassantes qui ont déjà été évoquées au paragraphe 2.2; en bref, en quoi les courants entre neurones humains sont-ils spéciaux et différents, par exemple de ceux qui excitent les neurones des animaux? Il n'est d'ailleurs pas clair si Wigner voyait sa proposition comme sérieuse, ou plutôt comme destinée à illustrer par un paradoxe les difficultés de la théorie orthodoxe dans l'espoir de faire émerger une idée nouvelle.

5.5.1 Variables supplémentaires

Une école de pensée importante est constituée par toutes les tentatives d'introduction de "variables supplémentaires", comme dans le cadre de l'onde pilote de De Broglie, des variables cachées, des théories hydrodynamiques (Madelung [44], Bohm [45]), etc.. Généralement, ces théories sont mathématiquement constru-

ites pour être équivalentes à la mécanique quantique habituelle, en ce qui concerne toutes les prédictions sur les résultats de mesures; en ce sens ce ne sont pas de nouvelles théories, mais des variations autour d'un thème déjà connu. Ainsi leur intérêt n'est-il pas de nature opératoire, mais de nature conceptuelle. L'avantage qu'elles procurent est en effet considérable: non seulement le réalisme, mais même le déterminisme, peuvent être rétablis. Certes, nous le savons maintenant grâce au théorème de Bell, ces variables supplémentaires doivent avoir des propriétés très spéciales pour permettre de reproduire l'ensemble des prédictions de la mécanique quantique: de fait, si leurs équations d'évolution sont bien locales dans l'espace multi-dimensionnel des configurations, elles sont violemment non-locales dans l'espace habituel à trois dimensions! Ainsi elles doivent être capables de s'influencer mutuellement, de façon instantanée, quelle que soit la distance entre les systèmes physiques mis en jeu. Dans ces conditions, il faut prendre soin de ne pas violer les principes de base de la relativité qui, comme chacun sait, interdisent l'envoi de messages à une vitesse qui dépasse la vitesse de la lumière. Il devient donc indispensable de supposer que ces variables supplémentaires ne sont pas accessibles directement, ajustables à telle ou telle valeur par une opération physique du même type que la préparation d'un système physique; en fait elles évoluent de façon complètement indépendante de toute intervention humaine. Nous arrivons ainsi à une description de la réalité physique à deux niveaux: celui des grandeurs physiques décrites par le vecteur d'état, qui sont susceptibles d'être contrôlées expérimentalement lors de la préparation d'un système physique, mais ne permettent pas de donner une description physique complète d'un système³⁸; celui des variables supplémentaires, dont les équations d'évolution contiennent le vecteur d'état, et dont le calcul permet de compléter la description du système à tout instant.

Pour celui qui n'est pas très familier avec le concept, il est possible que ces variables supplémentaires paraissent très mystérieuses, mais en un sens c'est un effet pervers de notre trop grande habitude de la mécanique quantique orthodoxe! En réalité, elles sont bien moins abstraites que le vecteur d'état, qui n'est plus qu'une sorte d'intermédiaire de calcul dans ce point de vue: ce sont elles que l'on "voit" puisque ce sont elles qui déterminent les résultats des mesures. Pensons par exemple à la photographie d'une trace de particule élémentaire dans une chambre à bulle: nous y voyons inscrite la trajectoire d'une variable supplémentaire qui porte tout simplement le nom de ... position de la particule! En un sens, ces variables supplémentaires sont en fait plus accessibles que les autres³⁹ (qui a

³⁸Bien évidemment, dans ce point de vue, l'équation de Schrödinger n'est pas à elle seule un système d'équations physiquement complet, puisqu'elle ne donne que l'évolution du vecteur d'état, ne disant rien sur celle des variables supplémentaires.

³⁹Un autre avantage des variables supplémentaires est de rendre très apparents des phénomènes quantiques qui, autrement, resteraient plus cachés dans le formalisme habituel. Bell dit par exemple "it is a merit of the Broglie-Bohm interpretation this bring this (non locality) out so explicitly that it can not be ignored" - et historiquement c'est bien par ce chemin

jamais vu une fonction d'onde sur une photographie de chambre à bulle?) et le nom de variables cachées est donc bien maladroit, mais il est consacré par l'usage. Pour une discussion construite et cohérente de ces deux niveaux de réalité, voir l'ouvrage "Le réel voilé" de d'Espagnat [4].

Hélas, pour séduisant qu'il soit sur le plan conceptuel, le cadre des variables supplémentaires ne rend pas pour autant la mécanique quantique vraiment intuitive! A partir du moment où les particules ont retrouvé une position, qu'elles avaient perdu en mécanique quantique, elles ont bien sûr également une trajectoire; il était donc naturel que les tenants de ce point de vue en étudient en détail les propriétés. On tombe alors sur un certain nombre de constatations inattendues, comme le fait que des particules libres n'ont pas des trajectoires nécessairement rectilignes, mais courbées dans les régions d'interférence de la fonction d'onde [46]; de plus, si elles ont un spin, ce dernier peut même se retourner spontanément, précisément lorsque la trajectoire prend cette courbure! Cependant, Bell s'est préoccupé de montrer que l'observation des positions successives d'une particule permettait bien de reconstruire une trajectoire raisonnable, en terme de corrélations des observations effectuées à différents instants [19]. Incidemment, avec une certaine ironie, l'histoire se répète car ces trajectoires commencent à présenter des propriétés vraiment étonnantes dès que le système physique comprend plus d'une particule et surtout (comme par hasard!) pour des sous-systèmes corrélés⁴⁰. Les étonnements ne sont cependant pas confinés aux paires de particules EPR: prenant comme cas d'école une expérience d'interférence munie d'un dispositif dit de "welcher weg" (dispositif permettant éventuellement de savoir par quel orifice d'un diaphragme est passée la particule, et donc de contrôler la présence ou l'absence des interférences), Englert et al. [47] ont étudié les trajectoires prédites dans le cadre d'une théorie à variables supplémentaires. Ils remarquent alors qu'une particule peut déposer par émission spontanée un photon dans une cavité bien que sa trajectoire n'y passe jamais; ils en concluent que ces trajectoires ont des propriétés tellement peu physiques (la particule est parfois détectée en un point très éloigné de sa trajectoire!) que l'intérêt de leur ré-introduction est fortement mis en question. A notre avis⁴¹ leur argumentation, pour intéressante qu'elle soit, ne touche pas vraiment son objectif dans la mesure où elle s'attaque en fait, non à l'interprétation de Bohm, mais à une image tronquée de cette interprétation; ce serait un point de vue où les effets physiques d'une particule resteraient, un peu comme pour une particule classique, concentrés dans un voisinage immédiat de sa trajectoire. En effet, dans l'interprétation de Bohm complète, la fonction d'onde devient un objet

qu'il est venu à ses fameuses inégalités! Une illustration de ce caractère explicite est, par exemple, l'étude des trajectoires bohmiennes couplées de deux particules, dans une expérience de double interférence (corrélations); voir aussi la première note du paragraphe 5.2.

⁴⁰C'est d'ailleurs cette constatation qui, initialement, a conduit Bell à ses fameuses inégalités.

⁴¹Nous discutons cette question un peu en détail car elle donne lieu à une certaine confusion dans la littérature.

physique classique, tout aussi réel qu'un champ électrique par exemple (même s'il n'est pas directement détectable, contrairement à la position); il n'y a donc rien d'incohérent à supposer que cette fonction d'onde crée un photon en un point où elle est non-nulle, même si la trajectoire n'y passe pas nécessairement. En d'autres termes, ce qu'attaquent Englert et al., c'est en fait une mécanique quantique mixte entre celle de Bohm et la mécanique quantique traditionnelle; cette version mixte serait effectivement très compliquée car il faudrait alors associer à chaque particule, non seulement une trajectoire guidée par un fluide de probabilité, mais autant de trajectoires que d'états possibles dans lesquels elle a laissé derrière elle tous les systèmes physiques avec lesquels elle s'est corrélée! Quoiqu'il en soit, il s'agit d'une nouvelle mouture de la propriété tant de fois rencontrée: la description naturelle de la mécanique quantique ne se fait pas dans l'espace habituel, mais dans un espace des configurations dont la dimension peut être arbitrairement grande.

5.5.2 Evacuation du postulat de réduction du paquet d'ondes

Un point de vue complètement différent, à l'opposé du précédent sur le plan conceptuel pourrait-on dire, est celui avancé par Everett, point de vue parfois appelé "des mondes multiples", ou "de l'univers ramifié" (il s'agit ici des ramifications du vecteur d'état de l'univers). La méthode employée pour résoudre la contradiction entre les deux postulats d'évolution du vecteur d'état est radicale: on supprime le second!

Mais, avant de le décrire brièvement, commençons par mentionner une autre attitude logique moins radicale, mais apparentée dans la mesure où, elle aussi, ne prend en compte que l'équation de Schrödinger et se débarrasse du postulat de réduction du paquet d'ondes. Le point de vue en question, assez fréquent, part de la remarque suivante: l'équation de Schrödinger, ou plus précisément sa transposition dans le "point de vue de Heisenberg"⁴², permettent facilement de calculer les probabilités d'observation de toute série de résultats, pour des mesures successives quelconques effectuées à des instants différents. Pour fixer les idées, supposons qu'on effectue à un instant t_1 la mesure d'une observable physique décrite par l'opérateur M , et à l'instant t_2 la mesure d'une seconde observable décrite par l'opérateur N ; initialement le système est décrit par la matrice densité $\rho(t_0)$. Alors la probabilité de trouver le résultat m , puis le résultat n , est donnée par la formule suivante (qui porte souvent le nom de formule de Wigner [48]):

$$P(m, t_1; n, t_2) = Tr \left\{ \hat{P}_N(n; t_2) \hat{P}_M(m; t_1) \rho(t_0) \hat{P}_M(m; t_1) \hat{P}_N(n; t_2) \right\} \quad (24)$$

⁴²Soit $U(t, t_0)$ l'opérateur unitaire qui traduit le changement du vecteur d'état entre l'instant initial t_0 et l'instant final t_1 , calculé par l'équation de Schrödinger. Prenons un opérateur P quelconque; on construira son transformé $\hat{P}(t)$ dans le "point de vue de Heisenberg" par la formule de transformation unitaire $\hat{P}(t) = U(t, t_0) P U^\dagger(t, t_0)$, où $U^\dagger(t, t_0)$ est l'opérateur adjoint de $U(t, t_0)$; c'est en général un opérateur qui dépend du temps, même si ce n'est pas le cas de l'opérateur initial en point de vue de Schrödinger P .

où $\hat{P}_M(m; t_1)$ est le projecteur sur l'ensemble des états propres du système correspondant à la première mesure, en représentation de Heisenberg (ce qui explique sa dépendance temporelle), tandis que $\hat{P}_N(n; t_2)$ est évidemment l'opérateur correspondant pour la seconde mesure; la généralisation à un nombre quelconque de mesures est évidente, il suffit d'emboîter un nombre plus grand de projecteurs en représentation de Heisenberg. Pour calculer la probabilité d'un ensemble de mesures successives, nous avons donc le choix: soit nous utilisons le postulat de réduction du paquet d'ondes, soit nous le laissons de côté et nous utilisons la formule de Wigner⁴³. Ainsi, ne pouvons nous pas nous passer totalement du premier?

Oui, répondent les tenants de ce point de vue: le but de la physique est précisément de donner des prédictions correctes pour toutes les séries d'observations possibles, allant de celles qui participent à la préparation du système vers toutes les mesures envisageables ensuite. En d'autres termes, son but est de prédire des corrélations correctes entre préparation et observations, et exiger plus est illusoire serait vain; le postulat de réduction du paquet d'ondes est superflu! Dans ce point de vue, il faut alors récuser toute question du type "comment doit être décrit le système physique entre deux mesures", encore plus refuser de s'intéresser à sa réalité physique dans cette période intermédiaire, car de telles questions sont oiseuses. C'est une attitude qui, logiquement, se tient, mais qui propose une vue des objectifs de la physique que d'autres peuvent considérer comme minimaliste; il est évident qu'elle est diamétralement opposée à celle de EPR, tout en n'étant pas borhienne non plus. Un intérêt supplémentaire, outre la simplicité, est qu'au lieu d'ignorer le postulat de réduction du paquet d'ondes, elle lui donne une place: une approximation, certes utile, mais une approximation quand même; voir par exemple la discussion de Bell sur différents degrés de précision auxquels cette approximation peut être menée dans le cas de la détection d'une trace de particule dans une chambre à bulles [6].

Dans le point de vue de Everett, on prend l'équation de Schrödinger encore plus au sérieux. Au lieu d'expliquer comment se produit l'émergence d'un résultat unique lors d'une mesure, on postule que cette émergence ne se produit jamais, qu'elle n'est en fait qu'une illusion présente dans l'esprit des observateurs. En réalité ces derniers, loin de se cantonner à une branche unique du vecteur d'état correspondant à un résultat précis, se trouvent simultanément

⁴³Tout un curieux débat s'est produit récemment pour savoir si l'effet Zenon, le "ralentissement quantique lié à des observations répétées et proches d'un système physique" était lié fondamentalement au postulat de réduction du paquet d'ondes, ou une simple conséquence de la décohérence, phénomène qui apparaît simplement dans le cadre de l'équation de Schrödinger. Le débat est inutile: comme il s'agit en fait toujours de calculer des probabilités relatives à des séquences d'observations, il est clair que l'application de la formule de Wigner ne peut que donner le même résultat que celle du postulat de réduction du paquet d'ondes. Il n'y peut donc y avoir deux sortes d'effet Zenon, un produit par la décohérence, un autre plus fondamental provenant du postulat de réduction du paquet d'ondes; ce sont deux descriptions du même effet.

sur ces différentes branches, mais sans aucun moyen de faire communiquer ces dernières entre elles; comme elle est corrélée à des états extérieurs différents, chaque composante cohérente de l'observateur reste ainsi complètement inconsciente de l'existence des autres. La fameuse mesure de la mécanique quantique n'existe plus, elle n'était qu'une illusion!

On dit parfois avec humour que “ce qui est le plus difficile dans l'interprétation de Everett, c'est de comprendre exactement ce que l'on ne comprend pas”. Elle est en effet à la fois très simple de premier abord, mais en fait aussi difficile à attaquer qu'à défendre de façon précise. Comme plus haut, la question est un peu de savoir ce qu'on est en droit d'attendre d'une bonne théorie physique: doit elle réellement expliquer la façon dont nous percevons les résultats d'une mesure quantique (et dans ce cas, que serait exactement une explication?), ou peut elle se contenter de montrer qu'elle est non-contradictoire (ce que font ses défenseurs). Il est clair que le débat est déplacé de façon radicale par rapport aux variables supplémentaires: on ne discute plus des propriétés des systèmes physiques observés, mais des traces qu'ils laissent dans notre esprit; en un sens, on s'intéresse à la perception, on a abandonné la physique pour la psychologie! Un avantage énorme du point de vue d'Everett est de faire totalement disparaître la dichotomie bohrienne entre macroscopique et microscopique; le théorie y gagne en beauté et en simplicité. Mais ce n'est pas pour autant que les débats mettant en jeu le rôle de l'observateur disparaissent. Etant donné que la terre est peuplée de milliards d'hommes, et qu'il est plausible que chacun d'entre eux effectue régulièrement des mesures puisqu'il est plongé dans un monde purement quantique, il faut voir le vecteur d'état de l'univers comme constamment soumis à un processus de ramification dépassant l'imagination, comprenant tous les résultats possibles de ces mesures!

5.5.3 Histoires décohérentes

Le point de vue des histoires décohérentes (ou histoires cohérentes suivant les auteurs⁴⁴) est une autre façon de voir le problème; il a été introduit assez récemment par Griffiths [49], et développé dans des directions différentes par différents auteurs, comme Omnès [5][50] Gell-Mann et Hartle [51]. Dans cette approche, comme dans celle des variables supplémentaires, la description des propriétés physiques d'un système par sa fonction d'onde (ou son vecteur d'état) n'est pas une description complète; le système peut passer par toute une série d'histoires possibles où ses différentes observables prennent des valeurs bien plus précises que dans la description donnée par la mécanique quantique standard. Comme dans les deux points de vue précédents, toute la construction logique est bâtie dans le but de redonner exactement les mêmes prédictions statistiques que la mécanique quantique habituelle (elle est construite sur la formule de Wigner qui permet de

⁴⁴En anglais on parle de “consistent histories” ou de “decoherent histories”, mais en français on utilise le même mot “cohérent” (avec ou sans négation), pris dans deux sens différents, ce qui est plus ambigu.

calculer la probabilité de résultats de mesures successives dans le temps, grâce à une expression faisant intervenir la valeur moyenne d'un produit de projecteurs en représentation de Heisenberg); ainsi elle se présente, elle aussi, comme un apport plus sur le plan conceptuel que pratique. La difficulté immédiate qui apparaît lorsqu'on cherche à attribuer des probabilités aux différentes histoires possibles d'un système physique, est qu'il est clair que toutes les histoires ne peuvent être prises en considération à la fois: des conditions de cohérence logique interne imposent d'en restreindre le nombre. C'est à ce stade que sont introduites des conditions supplémentaires comme celle de faire partie des "histoires décohérentes", assortie d'autres conditions plus contraignantes. Pour une étude plus détaillée de ce point de vue, nous renvoyons le lecteur aux références données plus haut.

Pour conclure, insistons sur le fait que le but de ce texte n'est pas d'être un document de référence qui couvre l'ensemble du sujet et constitue une sorte d'article de revue; la liste de références est très loin d'être complète. C'est, au contraire, une présentation rapide et parfois arbitraire de certains de ses aspects, dont le seul but est de donner un aperçu au lecteur non-spécialiste qui pourra toujours, en cas de besoin, se reporter à des textes plus détaillés et élaborés.

APPENDICES

I. Une tentative de construction d'une théorie quantique "séparable" (théorie non déterministe mais locale).

Abandonnons la botanique du paragraphe 3.1 et supposons maintenant l'existence d'un physicien qui ait complètement assimilé les idées de la mécanique quantique orthodoxe sur le non-déterminisme, mais qui hésite à accepter celles concernant la non-séparabilité (pour une discussion détaillée du sens de ce terme, qui est parfois employé de façon équivalente à celui de non-localité, voir par exemple [4][12][19]). Ainsi ce physicien pense que, si des mesures sont effectuées en des régions arbitrairement éloignées dans l'espace, il est plus naturel d'appliquer séparément les lois de la mécanique quantique dans ces régions. En d'autres termes, pour calculer la probabilité d'un résultat de mesure comme celles considérées au § 4.1, il va appliquer les règles de cette mécanique quantique d'une façon qui serait parfaitement correcte si l'on pouvait raisonner séparément dans les deux régions de l'espace où s'effectuent les mesures; ce faisant, il ne prendra pas en compte l'inséparabilité d'un phénomène physique qui mettrait en jeu les deux à la fois. Supposons pour prendre un cas extrême que les deux observateurs effectuent leurs mesures dans deux galaxies différentes; notre physicien appliquerait la mécanique quantique correcte à une échelle galactique, mais pas inter-galactique!

Comment va-t-il traiter le problème de la mesure se déroulant dans la première région? Tout naturellement, il va supposer que le spin qui y parvient est décrit par un vecteur d'état (ou par une matrice densité, cela revient au même en

l'occurrence) qu'il va utiliser pour appliquer scrupuleusement le postulat concernant la mesure; bien évidemment, il traitera de même la mesure se déroulant dans l'autre région, très éloignée. Comme il est bon scientifique, il réalise tout de suite que, s'il supposait que le système global des deux spins était simplement décrit par un produit tensoriel de matrices densité, il ne pourrait jamais obtenir la moindre corrélation entre les résultats de mesure. Donc, pour introduire les corrélations désirées, il suppose que les vecteurs d'état des deux particules (ou leurs matrices densité) sont des objets mathématiques aléatoires, fluctuant par exemple selon les conditions d'émission des paires de particules. Sa méthode est donc claire: pour chacune des conditions d'émission possible, il effectue dans chaque région de l'espace un calcul quantique orthodoxe en supposant que l'opérateur densité du sous-système est connu; puis il effectue la moyenne appropriée sur ces conditions d'émission; c'est en fait la méthode universelle de calcul des corrélations dans toutes les disciplines scientifiques (autres, bien sûr, que la mécanique quantique!). Insistons pour éviter tout malentendu: dans sa perspective, notre physicien ne remet absolument pas en cause le non-déterminisme, ni la nécessité d'appliquer le postulat de réduction du paquet d'ondes; il désire seulement considérer que deux régions de l'espace très séparées (par exemple par un intervalle du genre espace, pour éliminer toute possibilité de causalité relativiste entre les deux) peuvent être traitées comme donnant lieu à des phénomènes physiques distincts, que l'on calcule donc séparément.

Même s'il est élémentaire, détaillons son calcul par souci de clarté. La variable aléatoire fluctuante qui introduit les corrélations est appelée par exemple λ , et la matrice densité du premier spin $\rho_1(\lambda)$; pour une direction d'analyse selon le vecteur unitaire a , l'état propre de la mesure correspondant à un résultat $+$ est noté $|a : + \rangle$. La probabilité d'obtenir un résultat $+$ si la première mesure se fait selon la direction a est alors simplement:

$$P_+(a, \lambda) = \langle a : + | \rho_1(\lambda) | a : + \rangle \quad (25)$$

De même, il écrira la probabilité que le résultat trouvé soit $-$ sous la forme:

$$P_-(a, \lambda) = \langle a : - | \rho_1(\lambda) | a : - \rangle \quad (26)$$

Si, au lieu de a , la direction d'analyse est selon une direction différente a' , le calcul est identique et conduit à écrire deux fonctions $P_{\pm}(a', \lambda)$. De même, en ce qui concerne les mesures effectuées dans la seconde région de l'espace, on peut écrire des fonctions $P_{\pm}(b, \lambda)$ et $P_{\pm}(b', \lambda)$.

Calculons maintenant la quantité qui intervient dans le théorème de Bell (inégalité BCHSH), à savoir la combinaison linéaire, comme en (5), de quatre valeurs moyennes des produits des résultats relatifs respectivement aux couples (a, b) , (a, b') , (a', b) , (a', b') . Comme par hypothèse les résultats valent toujours ± 1 , cette valeur moyenne ne fait intervenir que les différences:

$$A(\lambda) = P_+(a, \lambda) - P_-(a, \lambda) \quad (27)$$

ou:

$$A'(\lambda) = P_+(a', \lambda) - P_-(a', \lambda) \quad (28)$$

(avec des notations semblables pour les mesures effectuées dans l'autre région de l'espace) et s'écrit simplement comme la valeur moyenne sur λ de l'expression:

$$A(\lambda)B(\lambda) + A(\lambda)B'(\lambda) - A'(\lambda)B(\lambda) + A'(\lambda)B'(\lambda) \quad (29)$$

Nous sommes presque ramenés au calcul du paragraphe 4.1, avec une différence toutefois: les A et les B sont maintenant définis comme des différences de probabilités de sorte qu'ils ne valent plus nécessairement ± 1 ; il est toutefois très simple de voir que ce sont des nombres compris entre $+1$ et -1 (quelle que soit la valeur de λ). Considérons alors pour un instant que λ , A' et B' sont fixés, ne gardant que A et B comme seules variables; représentée dans l'espace en fonction de ces variables, l'expression écrite en (29) correspond à une surface plane qui, aux quatre coins du carré $A = \pm 1$, $B = \pm 1$, prend les valeurs $\pm A' \pm B'$, qui sont évidemment comprises entre ± 1 ; au centre du carré le plan passe par l'origine. Ainsi il est clair par interpolation linéaire que, dans tout l'intérieur du carré, la fonction écrite en (29) reste elle aussi comprise entre ± 1 , de sorte que, finalement, sa valeur moyenne a la même propriété. Ainsi nous retrouvons une fois de plus, même dans un cadre conceptuel très différent, que les inégalités de Bell sont satisfaites!

Etant donné que nous savons que la mécanique quantique viole ces inégalités, ce résultat peut paraître paradoxal, tant le raisonnement de notre physicien semble proche de celui de la mécanique quantique orthodoxe. Mais le seul fait qu'il ait introduit une séparabilité dans le traitement du problème, alors que la mécanique quantique orthodoxe demande le traitement du système des deux spins comme un tout inséparable (même par l'esprit!) a des conséquences dramatiques sur le résultat des calculs des fonctions de corrélation. Il n'est pas permis de tenter de décrire les propriétés séparées des deux spins, même dans le cadre quantique; la seule façon correcte de raisonner utilise le vecteur d'état global qui décrit les deux spins et contient toutes les corrélations (les λ sont inutiles!); c'est lui qu'il convient de projeter selon le postulat de réduction du paquet d'ondes. Dans le tout il est vain de chercher à distinguer des parties. Cet exemple illustre bien le fait que ce sont séparabilité (et localité) qui sont essentielles pour permettre d'établir les inégalités de Bell, et non le déterminisme.

II. Démonstration des relations (8) et (9).

Partons du ket:

$$|\Psi\rangle = |+, +, +\rangle + \eta |-, -, -\rangle \quad (30)$$

où:

$$\eta = \pm 1 \quad (31)$$

Nous désirons calculer l'effet de l'opérateur produit $\sigma_{1x}\sigma_{2y}\sigma_{3y}$ sur ce ket; commençons par l'opérateur concernant le premier spin:

$$\begin{aligned}\sigma_{1+} | \Psi \rangle &= 2\eta | +, -, - \rangle \\ \sigma_{1-} | \Psi \rangle &= 2 | -, +, + \rangle\end{aligned}\quad (32)$$

de sorte que:

$$\sigma_{1x} | \Psi \rangle = | \Psi' \rangle = \eta | +, -, - \rangle + | -, +, + \rangle \quad (33)$$

Pour le second spin:

$$\begin{aligned}\sigma_{2+} | \Psi' \rangle &= 2\eta | +, +, - \rangle \\ \sigma_{2-} | \Psi' \rangle &= 2 | -, -, + \rangle\end{aligned}\quad (34)$$

qui donne:

$$\sigma_{2y} | \Psi' \rangle = | \Psi'' \rangle = \frac{1}{i} (\eta | +, +, - \rangle - | -, -, + \rangle) \quad (35)$$

Enfin, le troisième spin donne:

$$\begin{aligned}\sigma_{3+} | \Psi'' \rangle &= -2i\eta | +, +, + \rangle \\ \sigma_{3-} | \Psi'' \rangle &= +2i | -, -, - \rangle\end{aligned}\quad (36)$$

qui conduit à:

$$\sigma_{3y} | \Psi'' \rangle = -\eta | +, +, + \rangle - | -, -, - \rangle = -\eta | \Psi \rangle \quad (37)$$

(puisque $\eta^2 = 1$). Nous trouvons donc effectivement que $| \Psi \rangle$ est vecteur propre du produit des trois opérateurs de spins, de valeur propre $-\eta$. Par symétrie, il est évident qu'il en est de même pour les produits $\sigma_{1y}\sigma_{2x}\sigma_{3y}$ et $\sigma_{1y}\sigma_{2y}\sigma_{3x}$.

Calculons enfin l'effet de l'opérateur $\sigma_{1x}\sigma_{2x}\sigma_{3x}$; utilisant (34) nous obtenons:

$$\sigma_{2x} | \Psi' \rangle = | \Psi''' \rangle = (\eta | +, +, - \rangle + | -, -, + \rangle) \quad (38)$$

de sorte que:

$$\begin{aligned}\sigma_{3+} | \Psi''' \rangle &= 2\eta | +, +, + \rangle \\ \sigma_{3-} | \Psi''' \rangle &= 2 | -, -, - \rangle\end{aligned}\quad (39)$$

et, finalement:

$$\sigma_{3x} | \Psi''' \rangle = \eta | +, +, + \rangle + | -, -, - \rangle = \eta | \Psi \rangle \quad (40)$$

III. Calcul de la probabilité maximale pour un état de Hardy.

L'état à deux particules correspondant à la mesure envisagée en (i) est le produit tensoriel:

$$\cos^2 \theta |+, + \rangle + \sin \theta \cos \theta [|+, - \rangle + |-, + \rangle] + \sin^2 \theta |-, - \rangle \quad (41)$$

dont le produit avec le ket (18) vaut:

$$\cos^2 \theta \sin \theta - 2 \sin \theta \cos^2 \theta = -\sin \theta \cos^2 \theta \quad (42)$$

La probabilité cherchée est obtenue en divisant le carré de cette expression par la norme du vecteur d'état:

$$P = \frac{\sin^2 \theta \cos^4 \theta}{2 \cos^2 \theta + \sin^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta (1 - \sin^2 \theta)^2}{2 - \sin^2 \theta} \quad (43)$$

Un tracé de cette fonction montre qu'elle passe par un maximum de l'ordre de 9%.

Remerciements

Ce texte a été rédigé au cours d'un séjour à l'Institut de Physique Théorique de l'Université de Californie à Santa Barbara, au cours d'une session sur la Condensation de Bose-Einstein, en profitant d'une ambiance intellectuelle exceptionnelle. This research was supported in part by the National Science Foundation under grant number PHY94-07194.

L'auteur remercie vivement Philippe Grangier et Jean Dalibard qui ont accepté de relire le manuscrit et de faire des suggestions et commentaires fort utiles.

References

- [1] N.D. Mermin, Rev. Mod. Phys. **65**, 803 (1993); voir en particulier le paragraphe III.
- [2] S. Goldstein, "Quantum Theory without observers", Physics Today, Mars et Avril 1998.
- [3] M. Jammer, "The conceptual development of quantum mechanics", Mc. Graw Hill (1966); ce livre, épuisé, est hélas difficile à trouver mais certaines bibliothèques le possèdent encore. Le même auteur a écrit un second ouvrage, "The Philosophy of quantum mechanics", Wiley (1974).
- [4] B. d'Espagnat, "Le réel voilé, analyse des concepts quantiques", Fayard (1994); "Une incertaine réalité, la connaissance et la durée", Gauthier Villars (1985); "A la recherche du réel", Gauthier Villars Bordas (1979).

- [5] R. Omnès “The Interpretation of quantum mechanics”, Princeton University Press (1994).
- [6] J.S. Bell, “Quantum mechanics for cosmologists”, C. Isham, R. Penrose and D. Sciama eds, in *Quantum Gravity* **2**, 611, Clarendon Press (1981).
- [7] L. Rosenfeld, *Suppl. Prog. Theor. Phys.* , extra number 222 (1965).
- [8] E.P. Wigner, *Am. J. Phys.* **31**, 6 (1963), “Symmetries and Reflections”, Indiana University Press, page 153.
- [9] *Correspondance entre Einstein et Born (1916 - 1955)*, Editions du Seuil (1972).
- [10] J.S. Bell, “Bertlmann’s socks and the nature of reality”, *J. Physique coll.* **C2**, 41 (1981).
- [11] F. Laloë, “Les surprenantes prédictions de la mécanique quantique”, *La Recherche n° 182* (novembre 1986), page 1358. Pour d’autres articles destinés au grand public, voir par exemple le numéro spécial de *Sciences et Avenir* “La grande querelle des physiciens, Troublante mécanique quantique”, no **46**, repris dans l’ouvrage édité par Stéphane Deligeorges “Le monde quantique”, éditions du Seuil (1984).
- [12] F. Laloë, *J. Physique colloques* **C-2**, 1 (1981), exposé au colloque Hugot; noter en particulier les notes ajoutées en fin de texte. Voir également les autres articles qui suivent, en particulier celui de J. Bell sur les chaussettes de Bertlmann, qui est un classique !
- [13] A. Peres, *Am. J. Phys.* **46**, 745 (1978).
- [14] P. Eberhard, *Nuov. Cim.* **B46**, 392 (1978).
- [15] E.P. Wigner, *Am. J. Phys.* **38**, 1005 (1970).
- [16] J.A. Wheeler, “Niels Bohr in Today’s Words” in *Quantum Theory and Measurement*, J.A. Wheeler and W.H. Zurek editors, Princeton University Press (1983).
- [17] J.D. Franson, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 2205 (1989).
- [18] N. Gisin, *Phys. Lett.* **154**, 201 (1991).
- [19] J.S. Bell, “Speakable and unspeakable in quantum mechanics”, Cambridge University Press (1987); contient l’ensemble des articles de John Bell sur la mécanique quantique.

- [20] D.M. Greenberger, M.A. Horne, A. Shimony, A. Zeilinger, *Am. J. Phys.* **58**, 1131 (1990); l'article original des mêmes auteurs date de l'année précédente et est parfois difficile à trouver (Bell' theorem, *Quantum Theory, and Conceptions of the Universe*, M. Kafatos ed.; Kluwer, p. 69, 1989).
- [21] N.D. Mermin, *Am. J. Phys.* **58**, 731 (1990).
- [22] R. Laflamme, E. Knill, W.H. Zurek, P. Catasi and S.V.S Mariappan, *quant-physics/9709025*
- [23] N.D. Mermin, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 1838 (1990).
- [24] F. Laloë, *Current Science* **68** 1026 (1995).
- [25] N.D. Mermin, *Physics Today* June 1994, page 9; *Am. J. Phys.* **62**, 880 (1994).
- [26] L. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 2981 (1993).
- [27] D. Bochsì, S. Branca, F. De Martini, L. Hardy, *Phys. Rev. Lett.* **79**, 2755 (1997).
- [28] S. Goldstein, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1951 (1994).
- [29] S.J. Freedmann and J.F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **28**, 938 (1972); S.J. Freedmann, thèse, University of California, Berkeley; J.F. Clauser, *Phys. Rev. Lett.* **36**, 1223 (1976).
- [30] E.S. Fry and R.C. Thomson, *Phys. Rev. Lett.* **37**, 465 (1976).
- [31] A. Aspect, P. Grangier et G. Roger, *Phys. Rev. Lett.* **47**, 460 (1981); **49**, 91 (1982).
- [32] J.S. Bell, "Atomic cascade photons and quantum mechanical non-locality", *Comments on atomic and molecular physics* **9**, 121 (1980).
- [33] H. Stapp, *Foundations of Physics* **9**, 1 (1979).
- [34] M. Redhead, "Incompteteness, Nonlocality and Realism", chap. 4, Clarendon Press (1988).
- [35] J.F. Clauser and A. Shimony, *Rep. Progr. Phys.* **41**, 1881 (1978).
- [36] H. Stapp, *Phys. Rev.* **D3**, 1303 (1971).
- [37] C. H. Bennett, G. Brassard, C. Crépeau, R. Jozsa, A. Peres and W.L. Wootters, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 1895 (1993).
- [38] S. Popescu, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 797 (1994); preprint *quant physics.9501020*.

- [39] Physics Today, février 1998, page 18.
- [40] C. H. Bennett, G. Brassard, N.D. Mermin, Phys. Rev. Lett. **68**, 557 (1992).
- [41] M. Brune, E. Hagley, J. Dreyer, W. Maitre, A. Maali, C. Wunderlich, J.M. Raimond et S. Haroche, Phys. Rev. Lett. **77**, 4887 (1996).
- [42] D. Deutsch, Proc. Roy. Soc. **A400**, 97 (1985).
- [43] P. Shor, Foundations of Computer Science, IEEE Computer Society, p. 124 (1994).
- [44] E. Madelung; Z. Phys. **40**, 322 (1926).
- [45] D. Bohm, Phys. Rev. **85**, 166 and 180 (1952).
- [46] J.S. Bell, “de Broglie-Bohm delayed choice double slit experiment, and density matrix”, International Journal of Quantum Chemistry, symposium 14 (1980).
- [47] B.G. Englert, M.O. Scully, G. Süssmann and H. Walther, Z. Naturforschung **47a**, 1175 (1992).
- [48] E.P. Wigner, Am. Journ. Phys. **31**, 6 (1963); voir aussi la contribution à “Foundations of quantum mechanics”, Proc. Enrico Fermi Int. Summer School, B. d’Espagnat editor, Academic Press (1971).
- [49] R.B. Griffiths, Journ. Stat. Phys. **36**, 219 (1984).
- [50] R. Omnès, Journ. Stat. Phys. **53**, 893, 933 et 957 (1988).
- [51] M. Gell-Mann and J. Hartle, Phys. Rev. **D47**, 3345 (1993).