

# La machine à courant continu

Les machines électriques tournantes sont des **convertisseurs d'énergie**. Lorsqu'elles transforment de l'énergie électrique en énergie mécanique, on dit qu'elles fonctionnent en **moteur**. En revanche, si elles transforment l'énergie mécanique apportée par une autre machine en énergie électrique, on dit qu'elles fonctionnent en **génératrice**.

La machine à courant continu est une machine électrique tournante qui fonctionne, comme son nom l'indique, à partir de tensions et de courants continus. Dans le cas de petits moteurs, elle est donc adaptée à des sources d'énergie électrochimiques. Pour les fortes puissances, on la trouve dans les lignes de métro-RER où elle fonctionne en moteur (traction) ou en génératrice (freinage).

## I. Structure de la machine à courant continu.

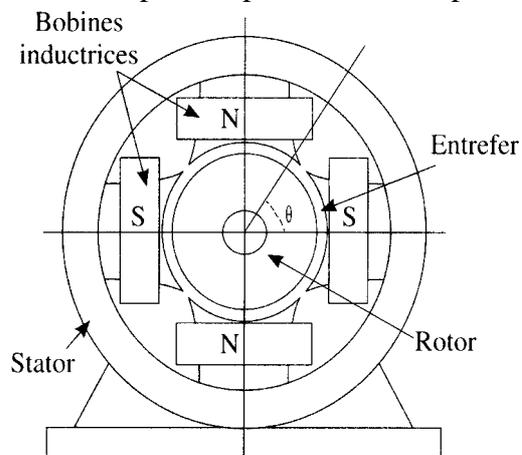
Les machines tournantes sont constituées de deux parties principales. Le **stator** est la partie fixe du système. Il entoure la partie tournante, appelée **rotor**. Nous allons nous intéresser à la façon de réaliser une MCC

### I.1. Phénomène d'induction.

- Un conducteur traversé par un courant, placé dans un champ magnétique est soumis à une force de Laplace. C'est le phénomène de base à prendre en compte dans une conversion d'énergie électrique en énergie mécanique.
- Un conducteur se déplaçant dans un champ magnétique va être le siège d'une f.e.m. induite. Il s'agit donc d'une conversion de sens inverse, d'énergie mécanique en énergie électrique.

### I.2. Description de la MCC.

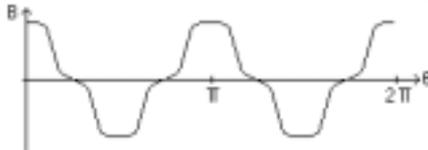
Nous allons considérer, à titre d'exemple, une machine dite tétrapolaire, ou à 2 paires de pôles. Cette appellation provient du nombre de bobines inductrices fixées sur le stator. Il faut noter que ces bobines peuvent être remplacées par des aimants permanents de même polarité.



• définitions: Le circuit bobiné sur le rotor et l'ensemble réalisant le collecteur est appelé **induit**. Dans la pratique, il est parcouru par des courants importants. Le circuit qui est à

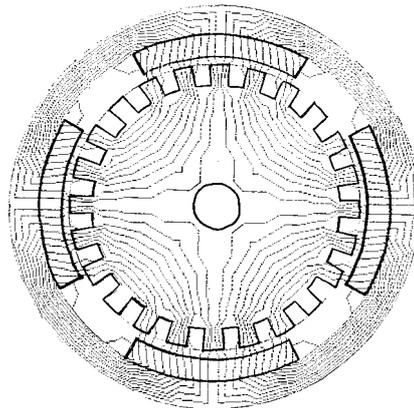
l'origine de  $B$  dans l'entrefer est appelé **inducteur**. Il est situé au stator. Il est parcouru par des courants (sauf dans la cas d'un inducteur à aimants permanents car il n'y a plus de bobinage inducteur!). Ces derniers sont en général plus faibles que ceux de l'induit (excepté sur quelques machines particulière).

- La partie fixe, appelée stator, porte donc les éléments inducteurs (bobines parcourues par un courant continu ou aimants permanents), destinés à créer un champ magnétique. Nous considérerons, pour simplifier que ce dernier est radial dans l'entrefer (afin de pouvoir estimer simplement la force électromotrice induite dans chaque brin conducteur sans avoir à tenir compte d'un angle entre la vitesse et l'induction  $B$ ). Son allure en fonction de la position angulaire, dans le cas d'une machine tétrapolaire, est la suivante ( $B$  est pris positif lorsqu'il est dirigé vers l'extérieur du rotor).



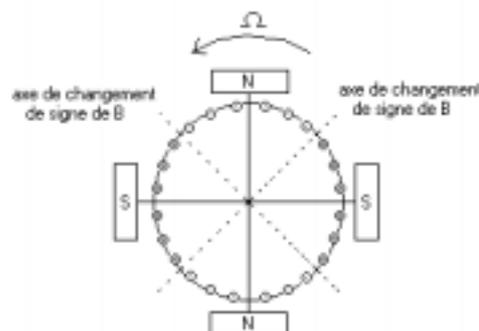
Cette allure va dépendre de la structure magnétique des pôles (forme géométrique et type de matériau). Mais ce qu'il faut retenir, c'est qu'il s'agit d'une fonction sans valeur moyenne, périodique, de période angulaire  $2\pi/p$ , où  $p$  est le nombre de paires de pôles. Elle est maximale face aux pôles sud et minimale face aux pôles nord (compte tenu de la convention choisie).

rq: Répartition des lignes de champ dans une MCC tétrapolaire sans réaction magnétique d'induit (le champ n'est créé que par l'inducteur).



- La partie mobile (tournante), appelée rotor, porte des conducteurs en périphérie, perpendiculairement au plan de la figure. Ces conducteurs sont associés suivant des techniques de bobinage complexes afin de maintenir en permanence un circuit où va circuler le courant. On va essayer d'expliquer ça par la suite...

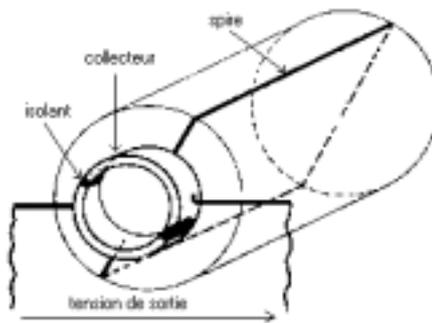
- Etant donné le sens de rotation choisi, les forces électromotrices induites et donc les courants induits si la machine est chargée, seront orientés comme suit :



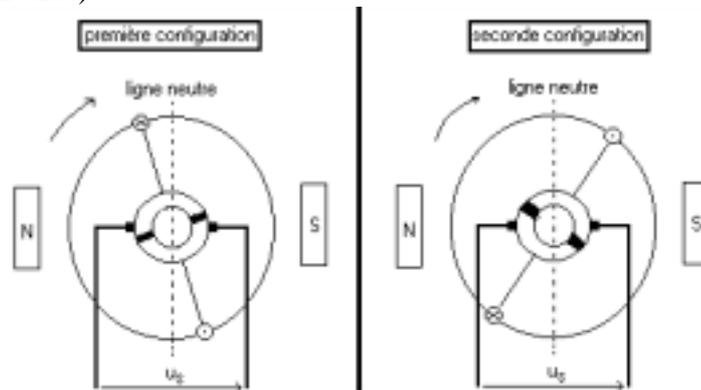
- *définition*: Les axes sur lesquels B change de signe sont appelés **lignes neutres**.
- Il va maintenant falloir exploiter ces forces électromotrices induites pour obtenir, en sortie, une tension continue. Le dispositif permettant de réaliser cette opération est appelé collecteur. Nous allons maintenant en détailler la structure.

### I.3. Structure du collecteur.

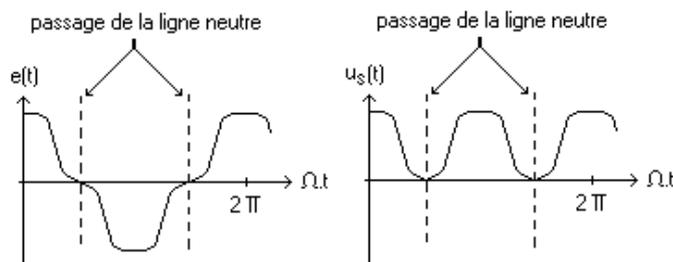
Nous allons donc raisonner à partir d'une spire tournant entre deux pôles N et S (il est plus simple de se représenter une machine bipolaire...). Dans l'entrefer, nous avons vu que  $B(\theta)$  était une fonction alternative (période angulaire  $2\pi$  si la machine est bipolaire). La rotation d'une spire traversée par le flux occasionné par B va provoquer l'induction d'une fem proportionnelle à la dérivée de ce flux et qui sera donc elle aussi alternative. A cette spire, on associera un collecteur, dont le rôle sera de redresser la fem induite (**le collecteur est un redresseur mécanique**). L'ensemble constitué du collecteur et de la spire du rotor est détaillé sur la figure suivante:



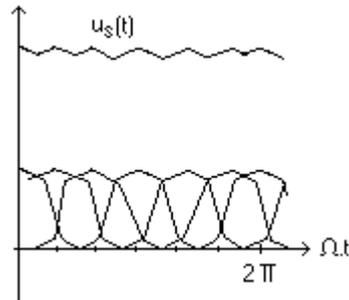
Pour ce système, deux configurations différentes vont se présenter, suivant la position angulaire du collecteur vis à vis des pôles (sur les figures suivantes, on suppose que le rotor tourne dans le sens inverse).



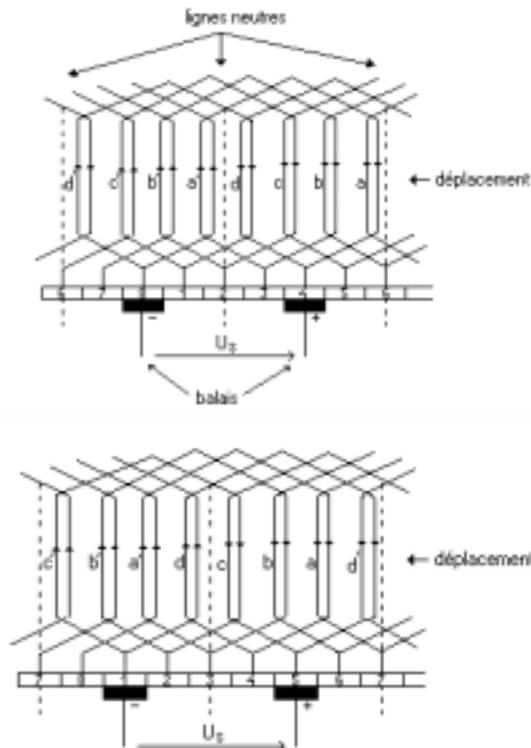
Dans les deux cas, on constate que la tension recueillie sera positive. Ainsi, pour une fem induite alternative, on aura une tension de sortie qui est redressée.



Néanmoins, cela n'est pas suffisant pour obtenir une tension de sortie assimilable à une tension continue. Il va falloir augmenter le nombre de brins ( $2N$  brins) et les relier entre eux de façon judicieuse. L'association des conducteurs, va permettre de faire comme si, on additionnait  $N$  tensions redressées déphasées entre elles de  $2\pi/N$ . On obtiendra alors une tension de sortie d'autant plus élevée et d'autant moins ondulée que le nombre  $N$  sera grand. Déjà, pour le cas simple  $N = 3$  (équivalent 3 spires = 6 brins), on se retrouve avec une tension de sortie de la forme suivante:



Techniquement, il existe différentes façons d'agencer les conducteurs. Nous allons donner un exemple possible de réalisation. Sur les figures suivantes, les lignes en pointillés représentent les lignes neutres. Les contacts (en noirs) permettent de récupérer la tension entre deux extrémités de spires (ici 4 et 8 pour le premier état) qui changent avec la rotation (1 et 5 à l'état suivant), mais en faisant toujours en sorte de récupérer l'ensemble des f.e.m. en série (suivre l'enroulement). Les extrémités non reliées aux contacts sont en l'air ce qui permet au courant de suivre l'enroulement. Pour interpréter les figures, il faut garder à l'esprit que seul les bobinages se déplacent, mais que lorsque l'un des brins prend la place de celui qui l'a précédé (ex : b remplacé par a), la f.e.m. à ses bornes prend la valeur que l'on avait aux bornes du prédécesseur.



*rq:* Les contacts glissants s'usent (frottement mécanique, arcs électriques...) ce qui nécessite un entretien. Ce problème est un défaut majeur sur les MCC sauf pour de petits moteurs à courte durée de vie.

*rq :* On constate que le circuit électrique est équivalent à un solénoïde.

#### I.4. Calcul de la fem induite.

Nous venons de voir que la tension de sortie  $e(t)$  pouvait se mettre sous la forme

$$e = \sum_{i=1}^{i=2N} |e_i|$$

si  $N$  est le nombre de spires ( $2N$  nombre de brins) et  $e_i$  la fem induite dans le brin ( $i$ ).

La fem dans un brin ( $i$ ) de longueur  $L$  se déplaçant à la vitesse  $v_i(t)$  sous une induction  $b_i(t)$  est donnée en valeur absolue par:

$$|e_i| = |v_i| \cdot |b_i| \cdot L \quad \text{soit} \quad e = L \cdot \sum_{i=1}^{i=2N} |v_i| \cdot |b_i| = k \cdot L \cdot \Omega \cdot \sum_{i=1}^{i=2N} |b_i|$$

En effet, la vitesse  $v_i$  est identique pour tous les brins et proportionnelle à la vitesse de rotation  $\Omega$ .

On notera désormais  $E$  la valeur moyenne de la valeur absolue de  $e$  (pratiquement identique à  $e$ ). Sachant que la valeur moyenne de la somme des valeurs absolues des  $b_i$  est proportionnelle au flux créé par un pôle  $\phi$  et que, on a

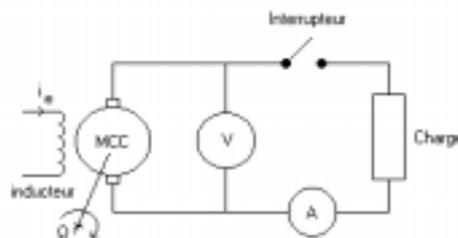
$$E \approx k \cdot L \cdot \Omega \cdot \sum_{i=1}^{i=2N} |b_i| \approx K \cdot \Phi \cdot \Omega \quad \text{et on retiendra} \quad \boxed{E = K \cdot \Phi \cdot \Omega}$$

où  $K$  est une constante qui dépend des paramètres de construction de la machine (construction, géométrie, matériaux...).

#### I.5. Caractéristique à vide $E(i_e)$ – Réaction magnétique d'induit.

##### *I.5.1. Relevé expérimental.*

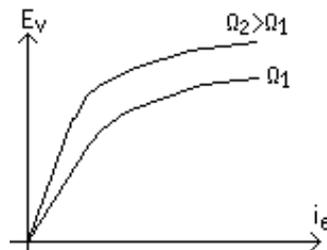
On réalise le montage suivant:



La machine à courant continu est entraînée par une autre machine. On relève la tension à ses bornes quand l'interrupteur est ouvert (essai à vide) et quand il est fermé (essai en charge).

##### *I.5.2. Essai à vide.*

Quand l'interrupteur est ouvert, la machine ne débite aucun courant. On relève la tension pour plusieurs valeurs de  $i_e$ , courant d'excitation, injecté dans l'inducteur. On trouve la courbe suivante:



Cette courbe est appelée caractéristique à vide. Elle correspond à une vitesse de rotation donnée. Pour un  $i_e$  fixé, une augmentation de la vitesse de rotation entraînera une augmentation de  $E_v$ . On a donc

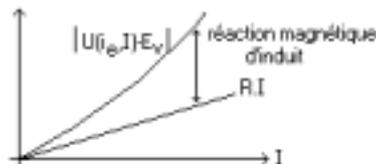
$$E_v = K \cdot \Phi(i_c) \cdot \Omega$$

rq: La courbe ressemble à une courbe d'aimantation de matériau magnétique, ce qui est normal, puisque l'on caractérise un circuit magnétique avec entrefer.

rq: En faisant décroître  $i_c$ , on peut observer un léger effet d'hystérésis.

### 1.5.3. Caractéristique en charge.

Cette fois on ferme l'interrupteur. La machine débite dans la charge (elle fonctionne en génératrice). On relève à nouveau la tension  $U$  a ses bornes en fonction de  $i_c$ . On trouve une courbe située sous la précédente.



- Deux phénomènes permettent d'expliquer cette différence.

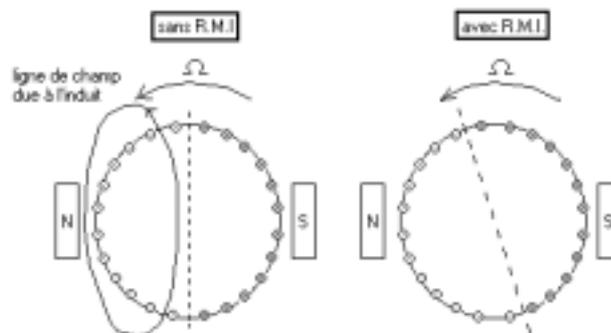
-Tout d'abord, l'inducteur est formé de conducteurs que l'on peut représenter par une résistance  $R$ .

-Ensuite, le courant d'induit, qui résulte du déplacement du rotor sous le flux créé par l'inducteur va, lui aussi, créer un flux qui va s'opposer à la cause qui lui a donné naissance. Il va donc s'opposer au flux inducteur. En charge, le système va donc fonctionner sous un flux inférieur à celui créé par l'inducteur, d'où une tension plus faible que celle attendue.

En charge, la tension de sortie de la machine s'écrit, en valeurs moyennes

$$U = K \cdot \Phi(i_c, I) \cdot \Omega - R \cdot I$$

• La réaction magnétique d'induit va décaler les lignes neutres. En effet, au champ créé par l'inducteur va se superposer un champ dû à l'induit. Il va en résulter une modification de l'induction. Dans le cas de deux pôles on a par exemple:



rq: La saturation de l'induit augmente l'effet de réaction magnétique d'induit.

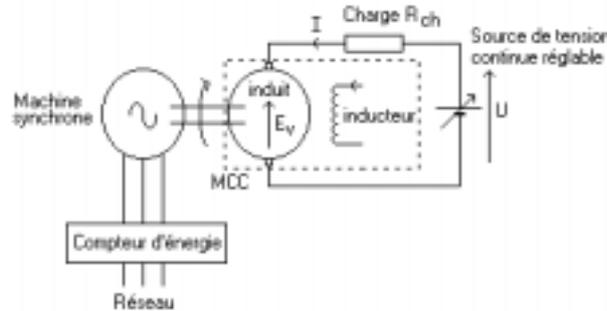
rq: La réaction magnétique d'induit peut être atténuée par l'ajout de bobinages compensant le flux créé par l'induit.

## II. Fonctionnement de la machine à courant continu.

Nous allons désormais supposer que tension et courant de sortie sont strictement continus et nous intéresser aux différentes caractéristiques électriques et mécaniques de la structure que nous venons de décrire.

## II.1. Mise en évidence expérimentale de la réversibilité.

Nous allons entraîner la machine à courant continu avec une machine synchrones (machine triphasée qui permet de garantir une vitesse de rotation rigoureusement constante). On réalise le montage suivant (la source de tension continue réglable doit être réversible !):



La vitesse de rotation est constante et vaut  $\Omega$ . On maintient le courant dans l'inducteur rigoureusement constant, et on suppose la machine compensée (pas de RMI). Dans ce cas, la tension à vide aux bornes de la machine est constante et vaut  $E_v$ . Si  $R$  est la résistance d'induit, on a

$$E_v + (R + R_{ch}).I = U$$

Le courant est donc donné par

$$I = \frac{U - E_v}{R + R_{ch}}$$

Deux cas vont se poser.

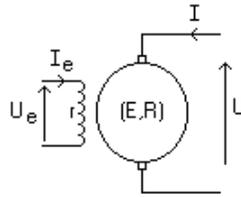
- Si  $U > E_v$ , alors  $I > 0$  et la MCC fonctionne en moteur (elle "charge" la source continue réglable). Le compteur d'énergie verra alors de l'énergie fournie au réseau par ma machine synchrones (qui est donc une génératrice).
- Si  $U < E_v$ , alors  $I < 0$  et la MCC fonctionne en génératrice et fournit de l'énergie à la source continue réglable. Cette fois, le compteur d'énergie détecte de l'énergie absorbée sur le réseau alternatif et la machine synchrones fonctionne en moteur.
- Quand  $I$  est nul, la MCC n'est théoriquement ni motrice ni génératrice. En fait, de l'énergie est quand même absorbée sur le réseau alternatif, pour fournir les pertes mécaniques du banc tournant et les pertes fer dans les machines.

rq :  $R_{ch}$  permet de limiter le courant dans le circuit continu...

rq : pour mettre en marche ce système, il faut dans un premier temps amener la machine synchrones à sa vitesse de synchronisme en l'entraînant avec la machine à courant continu (la machine synchrones n'est pas encore connectée au réseau). On s'arrange pour que la tension aux bornes de la machine synchrones soit de même amplitude et pratiquement synchrones au réseau et alors, seulement, on relie au réseau (on évite ainsi de coupler deux sources triphasées de tensions donnant des valeurs instantanées différentes ce qui provoquerait des appels de courant monstrueux...et ferait disjoncter la table de manipulation).

## II.2. Calcul du couple électromagnétique.

On considère les notations suivantes (la machine est considéré comme un récepteur électrique):



La puissance électrique fournie est convertie en puissance électromagnétique et en pertes Joule. On a donc

$$U.I + U_e.I_e = r.I_e^2 + R.I^2 + C_{em}.\Omega$$

où  $C_{em}$  est le moment du couple électromagnétique, souvent appelé, par abus de langage "couple électromagnétique".

Or  $U_e.I_e = r.I_e^2$  et  $E = U - R.I$  donc on a

$$E.I = C_{em}.\Omega$$

On a donc les deux relations générales

$$E = K.\Phi(I_e, I).\Omega$$

$$C_{em} = K.\Phi(I_e, I).I$$

rq: nous n'avons pas fait d'hypothèse concernant la compensation de RMI. Ces relations sont donc générales. Si on suppose la machine compensée, le flux ne dépendra plus que de  $I_e$ .

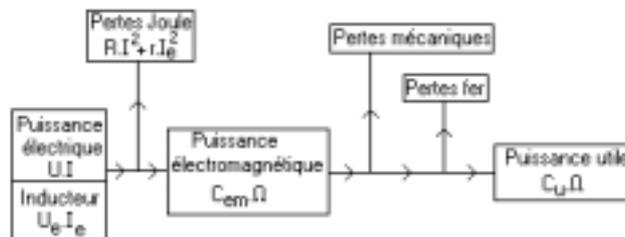
rq: En général, le courant d'inducteur est plus faible que le courant d'induit. Les bobinages d'inducteur sont donc souvent de section plus faible et par conséquent plus résistifs que ceux de l'induit. On a alors  $r > R$ .

rq : Quand excitation et induit sont dissociés, il faut veiller à ne jamais couper l'excitation sans couper l'induit, car dans ce cas, la machine va s'emballer ( $\Omega$  tend vers l'infini...). On a alors intérêt à se jeter au plus vite sur le bouton d'arrêt d'urgence. On veillera notamment à ce que excitation et induit soient protégés par les mêmes disjoncteurs...

### II.3. Bilan de puissance et rendement.

#### *II.3.1. Machine en moteur.*

La puissance fournie à la machine va se répartir de façon suivante



- Les pertes mécaniques correspondent à des frottements sur l'arbre et éventuellement à de la ventilation dans la machine (évacuation de l'énergie dissipée par les pertes). Les pertes fer sont liées à des variations de flux locales occasionnant des courants de Foucault, comme nous l'avons vu en étudiant la bobine à noyau de fer. Ces pertes vont dépendre de la vitesse de rotation de la machine.

- Si on appelle  $P_0$  la puissance totale dissipée par pertes mécaniques et pertes fer, on a

$$C_u.\Omega = C_{em}.\Omega - P_0$$

- On peut donc définir un moment de couple de pertes  $C_0$  par

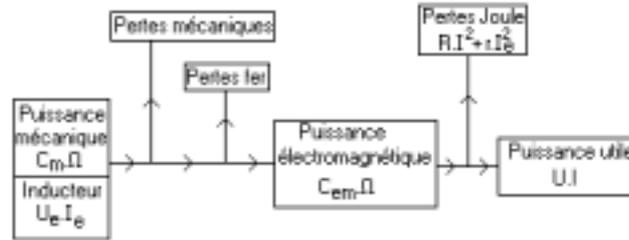
$$C_0 = \frac{P_0}{\Omega} = C_{em} - C_u$$

Globalement, on peut donc définir le rendement  $\eta$  par

$$\eta = \frac{C_u \cdot \Omega}{U \cdot I + U_e \cdot I_e} = \frac{U \cdot I - R \cdot I^2 - r \cdot I_e^2 - P_0}{U \cdot I + U_e \cdot I_e}$$

### II.3.2. Machine en génératrice.

La puissance fournie à la machine va se répartir de façon suivante



La puissance mécanique fournie est  $C_m \cdot \Omega$  où  $C_m$  est le moment du couple mécanique.

Cette fois, le rendement  $\eta$  sera défini comme le rapport de la puissance électrique récupérée en sortie sur l'ensemble des puissances fournies en entrée. On a donc

$$\eta = \frac{U \cdot I}{C_m \cdot \Omega + U_e \cdot I_e} = \frac{C_m \cdot \Omega - R \cdot I^2 - r \cdot I_e^2 - P_0}{C_m \cdot \Omega + U_e \cdot I_e}$$

rq: Plus la puissance convertie par la machine sera importante, plus il faudra veiller à avoir un bon rendement. Sinon, les échauffements provoqués par les pertes risquent de détériorer le système (vieillesse des isolants....).

## II.4. Méthodes d'emploi de la MCC.

Nous allons voir qu'il existe plusieurs méthodes pour alimenter l'inducteur de la machine, chacune d'entre elles conduisant à des caractéristiques de fonctionnement différentes. Nous allons nous placer dans le cas où la machine fonctionne en moteur.

### II.4.1. Machine à excitation séparée.

Le circuit inducteur n'est pas connecté au circuit induit (Cf montage illustrant la réversibilité). On a

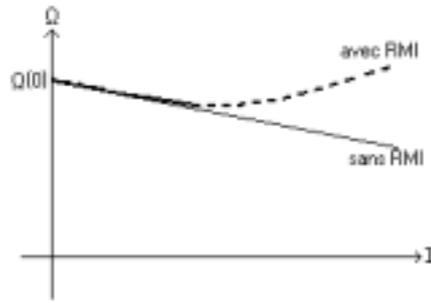
$$U = K \cdot \Phi(I_e, I) \cdot \Omega + R \cdot I$$

Soit

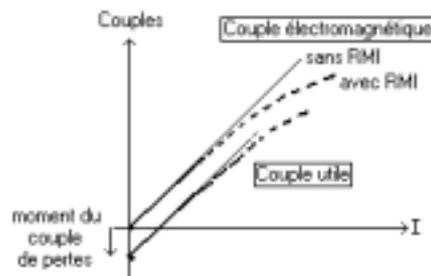
$$\Omega = \frac{U - R \cdot I}{K \cdot \Phi(I_e, I)}$$

Si on néglige la RMI, la caractéristique  $\Omega(I)$  est décroissante. Sinon, la courbe commence par suivre la droite, puis croît légèrement, en raison de la réaction magnétique d'induit qui s'oppose au flux inducteur (et donc qui impose un flux global plus faible).

En général, on peut vérifier que  $\Omega(I) - \Omega(0) \ll \Omega(0)$ . Dans ce cas, quelle que soit la charge (quel que soit  $I$ ), on peut considérer que la vitesse de fonctionnement est quasiment constante. L'allure globale est donnée sur la figure suivante :



Comme le moment du couple de pertes dépend essentiellement de la vitesse et que celle-ci varie peu, on peut considérer que ce moment est constant quel que soit I. Si on représente les différents moments de couple en fonction de la vitesse, on a



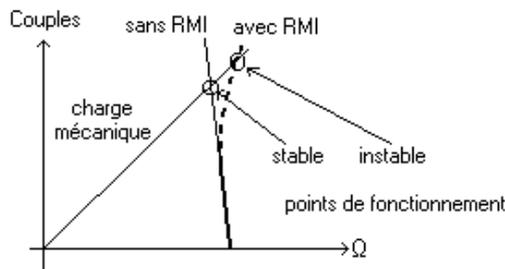
On peut aussi travailler avec les paramètres mécaniques et représenter le couple électromagnétique en fonction de la vitesse de rotation. On a alors

$$C_{em} = K \cdot \Phi \cdot \frac{U - K \cdot \Phi \cdot \Omega}{R}$$

Alors, pour une vitesse variant peu, le couple de pertes  $C_0$  est presque constant et on a

$$C_u = C_{em} - C_0$$

On supposera, pour simplifier le graphique que ce couple peut être négligé. Cela donne la caractéristique suivante



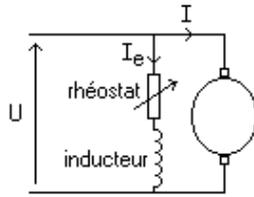
rq: Mécaniquement, on a

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = C_u - C_r$$

Si on associe, sur l'arbre, une charge mécanique imposant un couple résistant  $C_r$ , alors, au point de fonctionnement, la vitesse de rotation est fixée et  $C_u = C_r$ . Pour vérifier si ce point est stable, on écarte le système de sa position d'équilibre ( $\Omega \rightarrow \Omega + \delta\Omega$ ) et il faut que le signe de  $C_u - C_r$  renvoie le système vers  $\Omega$ . On voit alors que la RMI peut déstabiliser le système. On a peu de chances de rencontrer ce problème en pratique.

#### II.4.2. Machine à excitation parallèle.

On câble la machine de la façon suivante:

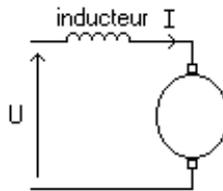


Si on néglige la chute de tension dans l'induit, on a  $\Omega \approx \frac{U}{K \cdot \Phi}$

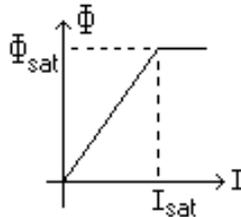
Si on cherche à réduire la vitesse, on ne peut pas réduire la tension, car en même temps, on réduirait le flux. En fait, il faut ajouter en série avec l'inducteur un rhéostat, qui permet de contrôler  $I_e$  indépendamment de  $U$ .

### II.4.3. Machine à excitation série.

Cette fois, l'inducteur et l'induit sont en série.



L'ordre de grandeur du courant d'induit étant important, le circuit magnétique constitué par le stator, le rotor et l'entrefer risque de saturer.



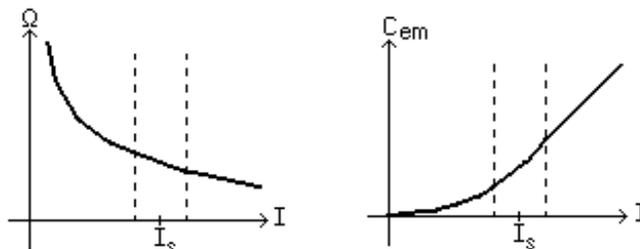
Nous allons donc considérer, pour simplifier, que le flux dans la machine évolue linéairement en fonction de  $I$  jusqu'à  $I = I_{sat}$  et alors  $\Phi = \alpha \cdot I$ . Pour des valeurs supérieures à  $I_{sat}$ , on suppose que le circuit est saturé et alors  $\Phi = \Phi_{sat}$ . On nuancera la courbe dans la zone où  $I = I_s$  puisque c'est là que le modèle proposé est le plus incorrect.

- Pour  $I < I_{sat}$ , on a donc  $\Omega = \frac{U - (R + r) \cdot I}{K \cdot \alpha \cdot I} = \frac{U}{K \cdot \alpha \cdot I} - \frac{R + r}{K \cdot \alpha}$

De plus  $C_{em} = K \cdot \alpha \cdot I^2$

- Pour  $I > I_{sat}$ , on a  $\Omega = \frac{U - (R + r) \cdot I}{K \cdot \Phi_{sat}}$  et  $C_{em} = K \cdot \Phi_{sat} \cdot I$

Donc, en traçant ces fonctions lorsqu'on n'est pas dans le coude de saturation (voisinage de  $I_s$ ) et en prolongeant dans cette zone on obtient

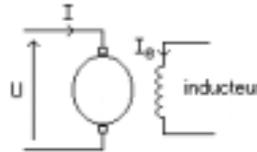


rq: Avant de faire un couplage série, on doit vérifier que l'inducteur peut supporter le courant d'induit!

### **III. Identification de paramètres de la MCC.**

#### **III. 1. Mesures des pertes séparées (machine à excitation bobinée).**

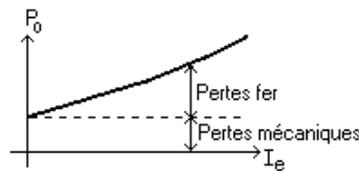
- On mesure les résistances des bobinages d'inducteur et d'induit. Cette mesure s'effectue à chaud (les résistances évoluent avec la température) pour les valeurs de courant proches des points nominaux (pour I et I<sub>e</sub>).
- On réalise le montage suivant (aucune charge mécanique sur l'arbre de la MCC).



On se place à I<sub>en</sub>, courant d'inducteur nominal et on impose U<sub>0</sub> qui conduit à la vitesse de rotation nominale. La puissance fournie au système est celle qui correspond aux pertes Joules, aux pertes fer et aux pertes mécaniques et donc

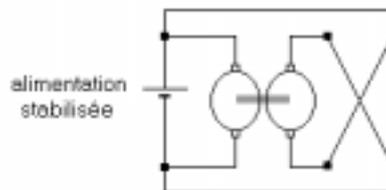
$$U_0 \cdot I_0 = R \cdot I_0^2 + P_0$$

Les pertes Joules sont connues suite aux mesures de résistances. Reste à séparer pertes fer et pertes mécaniques. Pour cela, on va diminuer I<sub>e</sub>, tout en maintenant Ω constante grâce à U. On trace alors P<sub>0</sub>(I<sub>e</sub>). La vitesse étant constante, les pertes mécaniques le sont aussi et on obtient ainsi les pertes fer en fonction du courant inducteur I<sub>e</sub>.



#### **III.2. Mesure de la résistance d'induit (cas d'une MCC à aimant).**

Pour obtenir la résistance de la machine, il faut parvenir à l'alimenter en continu sans qu'elle puisse tourner. En effet dans ce cas, seule la résistance d'induit sera prise en compte (pas de force électromotrice à vide et inductance d'impédance nulle en continu). Sachant que nous travaillons avec des machines à aimant identiques associées deux à deux, on procède de la façon suivante :



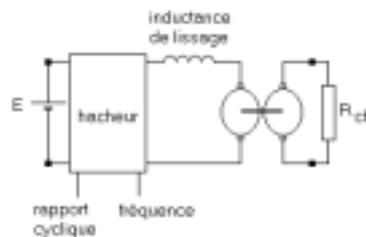
L'arbre ne tourne pas car les couples des deux machines s'opposent et ont même valeur absolue. Pour faire la mesure, on se place à une courant voisin du courant auquel on travaillera (même température et même état des balais...).

rq : il ne faut surtout pas faire de mesure à l'ohmmètre sous peine de trouver des valeurs beaucoup trop fortes (le courant injecté par l'ohmmètre est très faible et le contact entre rotor

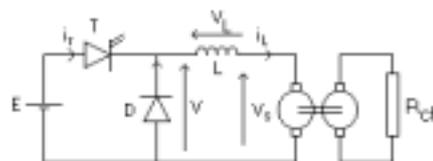
et stator n'a rien à voir avec ce qu'il serait dans les conditions normales d'utilisation...de plus on ne travaille pas à même température...).

### III. 3. Mesure de l'inductance.

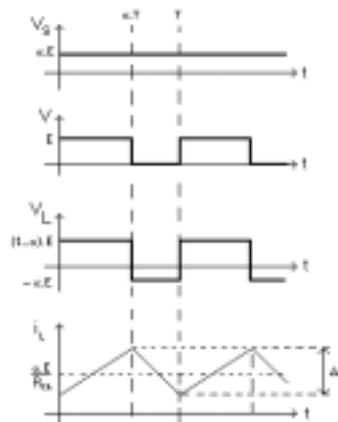
Pour réaliser cette mesure, on peut alimenter la machine par un hacheur série (éventuellement en ajoutant une inductance de lissage). On va alors identifier l'ensemble constitué par l'inductance de lissage en série avec l'inductance de la machine.



On charge la seconde machine afin de travailler à un courant moyen permettant d'éviter un mode discontinu. On choisit une fréquence de hachage permettant de faire apparaître un courant pratiquement en dents de scie. Les différentes grandeurs intéressantes sont représentées sur la figure suivante



Les formes d'ondes associées, en conduction continue ( $R_{ch}$  assez faible) ont l'allure suivante



Si  $L$  représente l'inductance globale (lissage + machine) et que l'on néglige les résistances d'induit des machines, on constate que

$$L = \frac{\alpha \cdot (1 - \alpha) \cdot E \cdot T}{\Delta i}$$

Si on connaît l'inductance de lissage, il suffit de déduire sa valeur pour trouver celle de la machine...

### III.4. Coefficient K (machine à aimant où $E=K \cdot \Omega$ ).

Si on suppose que les deux machines du banc sont identiques (même coefficient  $K$  pour chacune d'entre-elles), on alimente la première machine avec une alimentation stabilisée

(tension de sortie E) , la seconde fonctionnant à vide. On relève la tension aux bornes de la machine à vide en fonction de la vitesse (donnée par la dynamo tachymétrique) pour plusieurs valeurs de E. Le coefficient de proportionnalité entre la tension à vide et la vitesse donne K

rq : ne pas mesurer la tension aux bornes de l'alimentation stabilisée, car elle diffère de la tension à vide en raison de la chute de tension dans la résistance d'induit.

## II. 5. Les paramètres mécaniques (moment d'inertie J et frottements secs C<sub>0</sub>).

Il faut tout d'abord noter qu'il existe forcément des frottements secs...la machine aurait du mal à s'arrêter seule dans le cas contraire...

Sur les machines utilisées au département, les frottements secs sont prépondérants sur la machine à vide.

• Dans un premier temps, il faut donc travailler avec la seconde machine à vide. On alimente la première machine sous une tension continue puis on éteint brutalement l'alimentation. On relève la réponse de la dynamo tachymétrique. Si les frottements secs sont dominants, on est ramené à l'équation différentielle suivante

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = -C_0 \quad \text{d'où} \quad \Omega(t) = -\frac{C_0}{J} \cdot t + \Omega(0)$$

La pente de la droite obtenue nous donne C<sub>0</sub>/J.

• Dans un deuxième temps, on va laisser la deuxième machine en charge sur une résistance R<sub>ch</sub> et brutalement couper l'alimentation stabilisée branchée sur la première. On est donc ramené aux équations suivantes

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = -C_0 - K \cdot i(t) \quad \text{et} \quad K \cdot \Omega(t) = R_{ch} \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

On va supposer que le terme lié à l'inductance dans la seconde équation est négligeable

$$\text{alors} \quad i(t) = \frac{K}{R_{ch}} \cdot \Omega(t)$$

La première équation devient

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} = -C_0 - \frac{K^2}{R_{ch}} \cdot \Omega(t)$$

On voit apparaître un terme de frottement sec et un couple résistant équivalent à un frottement fluide. Nous allons supposer que le second est prépondérant devant le premier (charge assez forte donc résistance assez faible...). La vitesse est alors de la forme suivante

$$\Omega(t) = \Omega(0) \cdot e^{-\frac{K^2 \cdot t}{J \cdot R_{ch}}}$$

Un relevé en monocoup du transitoire nous donne directement J grâce à la pente à l'origine de la réponse de la dynamo tachymétrique...

Il ne reste plus qu'à vérifier les hypothèses faites sur chacune des équations à partir des résultats trouvés...

$$\text{rq : } R_{ch} \cdot i(t) \approx K \cdot \Omega(t) \quad \text{et} \quad L \cdot \frac{di(t)}{dt} \approx -\frac{L \cdot K^3}{J \cdot R_{ch}^2} \cdot \Omega(t) \quad \text{donc négliger le rôle de l'inductance}$$

revient à dire que 1 est très grand devant  $A = \frac{L \cdot K^2}{J \cdot R_{ch}^2}$

$$\text{AN : } L \approx 1 \text{mH} ; K \approx 60 / (3000 \cdot 2 \cdot \pi / 60) = 0,2 \text{V} \cdot \text{rad}^{-1} \cdot \text{s} ; J = 30 \cdot 10^{-5} \text{kg} \cdot \text{m}^{-2} ; R_{ch} = 10 \Omega$$

On trouve  $A = 1,3 \cdot 10^{-3}$  ce qui justifie l'hypothèse.