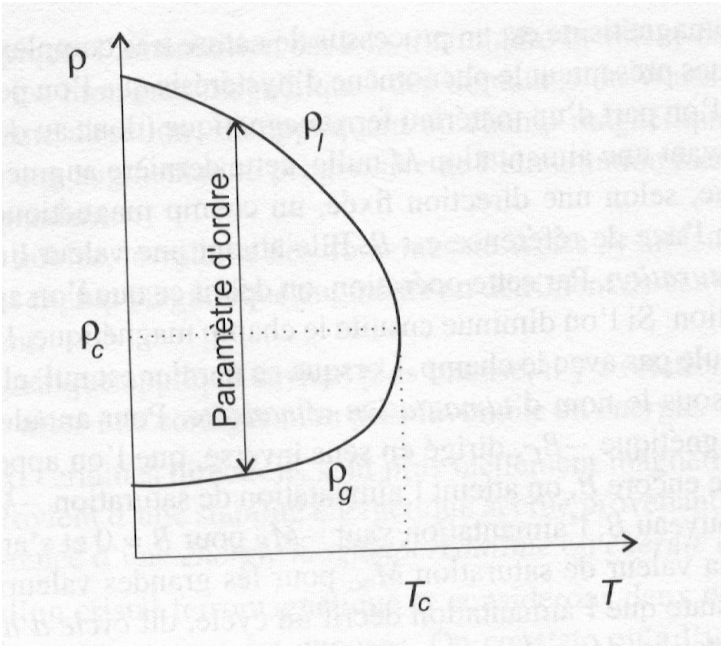
Le paramètre d'ordre

La classification des transitions de phase s'est faite d'elle-même en deux classes,

- l'une où il y a équilibre entre les deux phases au point de transition, comme dans le cas de la fusion de la glace ou de la transition liquide-vapeur par exemple
- l'autre où l'on passe continûment d'une phase à l'autre mais où celles-ci ne sont pas en équilibre. C'est le cas des transitions ferro-paramagnétiques ou conducteur-supraconducteur.

Si la classification qu'Ehrenfest a introduit en 1933, comme on l'a vu, ne pose pas de problèmes pour ce qui est des transitions de phase du premier ordre, il n'en est pas toujours de même pour les secondes qui ne vérifient pas systématiquement la condition d'Ehrenfest relative au second ordre : la chaleur spécifique peut avoir, pour certains systèmes, des divergences et non des discontinuités.
En 1937, Landau a proposé une autre classification des transitions de phase, particulièrement adaptée pour celles qu'on qualifiera de continues. Elle est basée sur le fait que ce type de transition s'accompagne d'un changement de symétrie du système. C'est le cas, par exemple, de la transition ferro-para (la phase para est isotrope). Landau a introduit la notion de **paramètre d'ordre**. C'est une grandeur qui est nulle dans la phase la plus symétrique (le plus souvent à haute température) et différente de zéro dans l'autre.
Remarquons que certaines transitions se font sans changement de symétrie et, en principe, il est impossible de définir un paramètre d'ordre au sens de Landau : c'est le cas de la transition liquide-vapeur, puisque le liquide et le gaz sont isotropes. On définit néanmoins pour ces systèmes un paramètre d'ordre qui s'annule à haute température (ici dans la phase gazeuse) : on prend généralement la différence $\rho_l - \rho_g$, différent de 0 le long de la courbe d'équilibre du diagramme de phases, sauf au point critique où il s'annule.



Dans la classification de Landau, les transitions de premier ordre se traduisent par un saut de paramètre d'ordre (discontinuité) alors que les transitions d'ordre supérieur (continue) correspondent à des discontinuités des dérivées des fonctions thermodynamiques. Ces dernières sont parfois qualifiées de *phénomènes critiques*.
Dans un système pour lequel il existe une transition de phase, il y a compétition, dans la fonction thermodynamique qui le caractérise, entre l'énergie interne qui a tendance à favoriser l'ordre et l'entropie qui favorise au contraire le désordre.

La définition du paramètre d'ordre m se fait au cas par cas. Cette grandeur peut être de nature différente

- un scalaire (dimension 1), comme on l'a vu dans la transition liquide-vapeur
- un vecteur (dimension 3), comme l'aimantation $\vec{M}$ pour la transition ferro-para, différente de 0 sous la température de Curie et nulle au-dessus.
- un champ scalaire complexe (dimension 2) dans le cas des transitions fluide-superfluide ou conducteur-supraconducteur ; cette fonction complexe de la position $\vec{r}$ traduit l'amplitude de probabilité de trouver en $\vec{r}$ une particule dans un condensat de Bose-Einstein ou une paire de Cooper.

Le point critique est caractérisé par la divergence de certaines quantités physiques. C'est par exemple le cas de la chaleur spécifique ou de la susceptibilité magnétique dans le cas des systèmes ferromagnétiques. Il est important d'étudier la forme de ces divergences car ce sont des caractéristiques essentielles du système. Ceci conduit à la notion d'*exposant critique*. Pour cela, on introduit une variable qui représente la déviation relative de la température par rapport à la température critique

$$t = \frac{T - T_c}{T_c}$$

L'intérêt de définir t de cette manière est de permettre de rendre équivalents les points critiques de systèmes différents. En effet, tous les systèmes ont le même température critique réduite, $t = 0$, alors que leurs T_c sont différents.
L'exposant critique λ associé à toute quantité physique $F(t)$, chaleur spécifique, susceptibilité... est donné par

$$\lambda = \lim_{t \to 0} \frac{\log |F(t)|}{\log |t|}$$

Compte tenu de cette définition, il est d'usage d'écrire le comportement de F(t) au voisinage du point critique par

$$F(t) \simeq |t|^{\lambda}$$

Cette expression signifie que F(t) varie comme $|t|^{\lambda}$ lorsque $t \to 0$. Voici, à titre d'exemple, les principaux exposants critiques associés à la transition ferro-paramagnétique.

Pour résumer, au voisinage du point critique, certaines quantités macroscopiques suivent des lois de puissance avec des exposants, dits critiques, qui sont des nombres fractionnaires. Ceux-ci ne sont pas quelconques. Ils permettent de définir des classes de phénomènes critiques regroupant des systèmes pouvant être de nature très différente.

Le grand intérêt des exposants critiques est qu'ils ne dépendent que de propriétés très générales des systèmes et non du détail des interactions. Ainsi, pour des systèmes ayant des interactions à courte portée (liquides, matériaux ferromagnétiques) les exposants critiques ne dépendent que de la dimensionnalité spatiale d du système et de celle du paramètre d'ordre

Chaleur spécifique (pour $B = 0$)	$C_B \sim \|t\|^{-\alpha}$
Magnétisation (pour $B = 0$)	$M \sim (-t)^{\beta^*}$
Susceptibilité isotherme ($B = 0$)	$\chi_T \sim \|t\|^{-\gamma}$
Isotherme critique ($t = 0, B \to 0$)	$B \sim \|M\|^{\delta} \text{sgn} M$
Longueur de corrélation	$\xi \sim \|t\|^{-\nu}$
Fonction de corrélation à 2 corps (à $t = 0$)	$G(\mathbf{r}) \sim 1/r^{d-2+\eta}$

On peut, de la même manière, introduire les exposants critiques associés à la transition liquide-gaz.

Chaleur spécifique à volume constant	$C_V \sim \|t\|^{-\alpha}$
Différence de densité liquide-gaz	$(\rho_l - \rho_g) \sim (-t)^{\beta^*}$
Compressibilité isotherme	$\kappa_T \sim \|t\|^{-\gamma}$
Isotherme critique ($t = 0$)	$P - P_c \sim \|\rho_l - \rho_g\|^{\delta} \text{sgn}(\rho_l - \rho_g)$
Longueur de corrélation	$\xi \sim \|t\|^{-\nu}$
Fonction de corrélation à 2 corps ($t = 0$)	$G(\mathbf{r}) \sim 1/r^{d-2+\eta}$

n. Ce sont donc d'excellentes quantités pour caractériser un système au voisinage du point critique et pour tester la validité des modèles. On dit qu'ils obéissent à des *lois d'universalité*. Le couple (d,n) détermine une classe d'universalité. Tous les systèmes appartenant à une même classe ont un comportement et des exposants critiques identiques. Par exemple, $(d, n) = (3, 1)$ rassemble la transition liquide-gaz, la transition ferro uniaxe (modèle d'Ising à 3D) et les transitions ordre-désordre dans les alliages.